FUNDAMENTOS DE LA ESTÁTICA

INTRODUCCIÓN

Previo al desarrollo de la unidad, definiremos el objetivo de la estática. Para esto, cuando estudiamos en Física del primer curso la rama mecánica, entendimos que tenía como objeto estudiar las leyes del equilibrio y movimiento de los cuerpos.

Ahora bien, la parte de la mecánica que estudia las condiciones que deben satisfacer las fuerzas actuantes sobre un cuerpo o sistema para que el mismo permanezca en equilibrio, se denomina **estática**.

La parte de la mecánica que estudia el movimiento de los cuerpos se denomina cinemática, y no nos detendremos en su estudio.

Debemos definir primeramente el concepto de **FUERZA**.

Conceptos Fundamentales

Fuerza: es un ente abstracto capaz de variar el estado de movimiento de un cuerpo o producir una deformación en el mismo. Por lo mencionado, una fuerza queda determinada cuando se conocen,

- a) **Su intensidad**, dada por un número;
- b) Una **dirección**, determinada por el ángulo que forma el vector representativo de la fuerza respecto de una recta;
- c) **sentido**, determinada por el ángulo que forma el vector representativo de la fuerza respecto de un semi - eje de referencia;
- d) **recta de acción**, que determina el movimiento que tiende a producir.

Por todo lo expresado anteriormente, concluimos que las fuerzas son magnitudes vectoriales.

Luego, en el desarrollo de la asignatura consideraremos los cuerpos como sólido rígido ideales.

Sólido rígido ideal: Es un cuerpo sin existencia real. Es un cuerpo cuya distancia entre dos puntos cualesquiera del mismo permanece invariable cualquiera sea el valor de fuerza a que se somete el mismo.

Entonces, siendo:

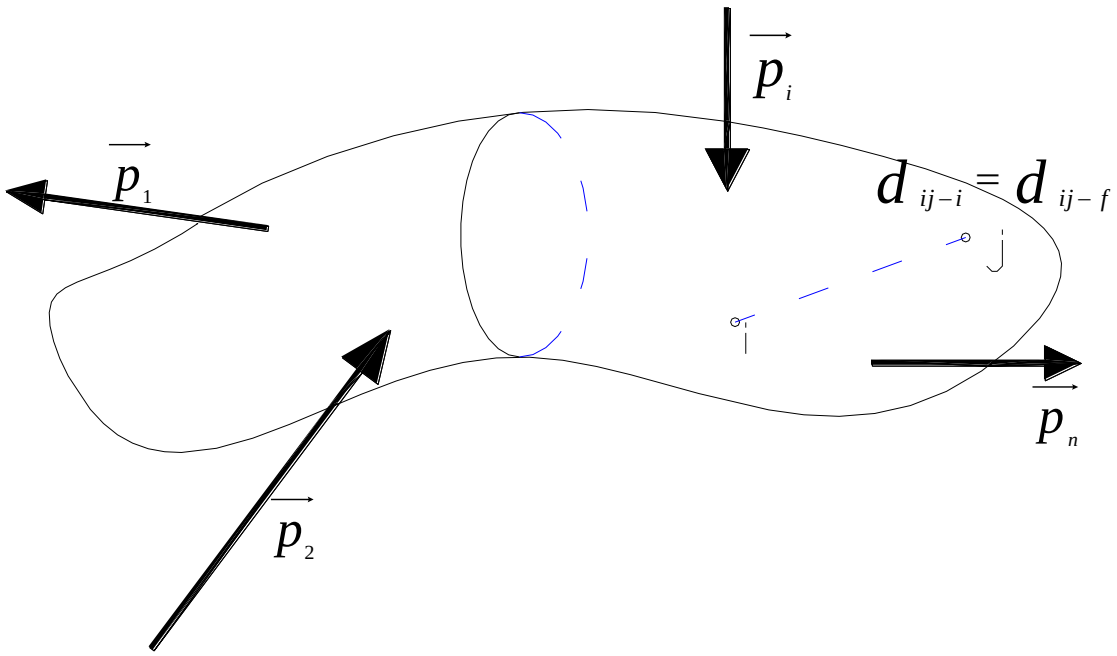
d_{ij-i}: distancia entre dos puntos arbitrarios i y j inicial;

d_{ij-f}: distancia entre dos puntos arbitrarios i y j final

$$\Delta d_{i-j} : d_{ij_f} - d_{ij_i} = 0 \quad (1)$$

La expresión 1 nos indica que diferencia de distancia entre dos puntos i y j antes y después de la aplicación de las fuerzas, en nula.

figura n º 1



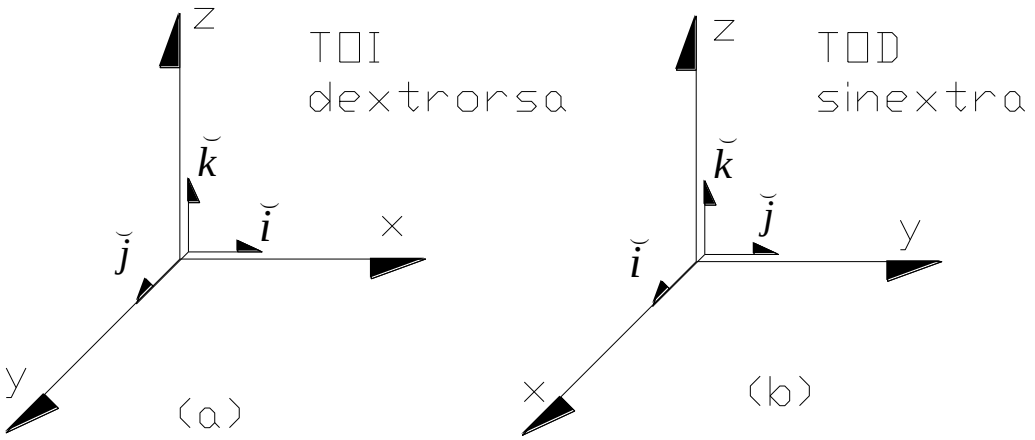
Para esto, las fuerzas actuantes sobre los sólido rígido ideales son vectores axiles, es decir, que se pueden desplazar a lo largo de su recta de acción produciendo idéntico efecto sobre los cuerpos.

Recordemos que los vectores pueden ser:

- a) **aplicados**: fuerzas que producen deformaciones en los cuerpos reales;
- b) **axiles**: se trasladan a lo largo de su recta de acción (actuantes en cuerpos rígido ideales);
- c) **libres**: se pueden desplazar en el espacio paralelamente a si mismos (ejemplo, pares de fuerzas).

Terna utilizada: En el transcurso de la asignatura, utilizaremos la terna ortogonal izquierda o dextrógira mostrada en la figura n º 2 a. Mientras que en la figura n º 2b se muestra la otra terna denominada terna ortogonal derecha o levógira.

figura n º 2



En consecuencia, el vector $\vec{p} = \overrightarrow{S - R}$ de la terna de la figura n º 3, de expresa;

$$(2)\quad \vec{\mathrm{p}} = (x_s - x_r)\breve{i} + (y_s - y_r)\breve{j} + (z_s - z_r)\breve{k}$$

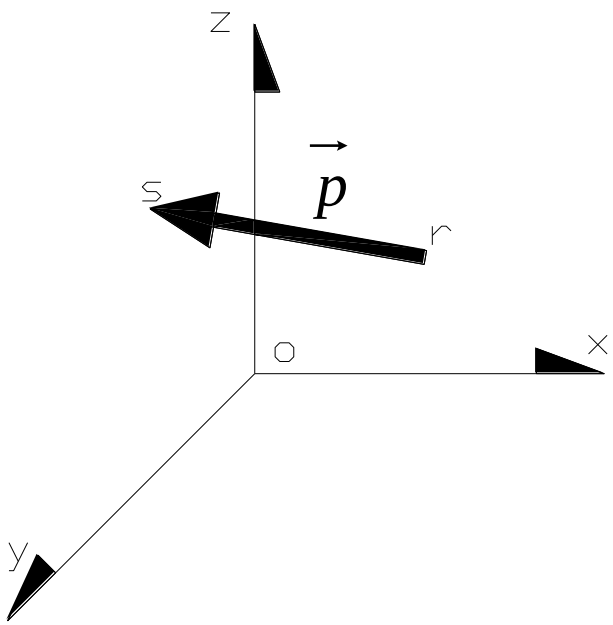
Luego, llamaremos,

$$(3)\begin{cases} p_x = x_s - x_r \\ p_y = y_s - y_r \\ p_z = z_s - z_r \end{cases}$$

Entonces, de acuerdo a 3, podemos escribir el vector $\vec{p}$ como,

$$\vec{p} = p_x\breve{i} + p_y\breve{j} + p_z\breve{k} \qquad (4)$$

figura n º 3

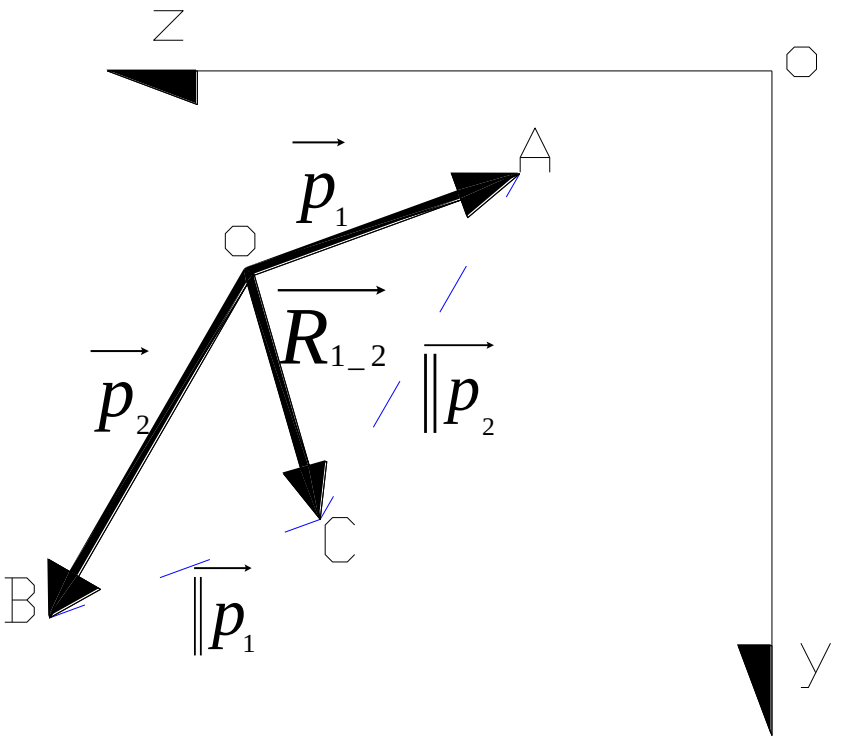


PRINCIPIOS DE LA ESTÁTICA

La estática se rige a través de cuatro principios, a saber,

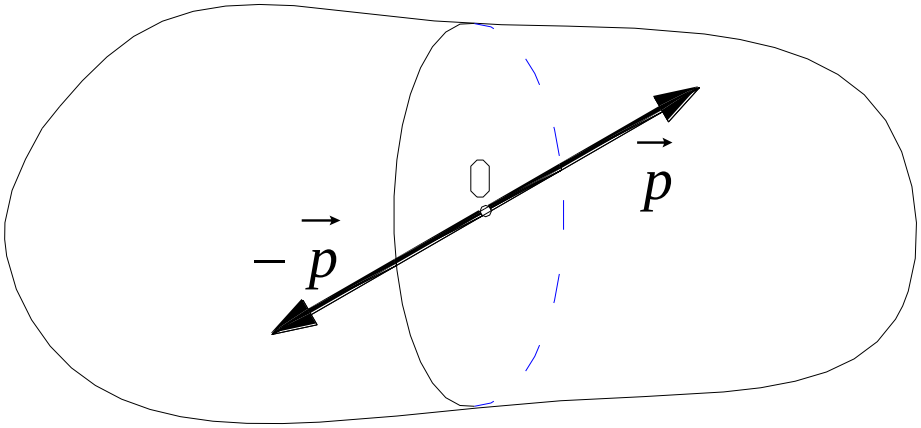
1 º) Principio del paralelogramo: El efecto que se produce sobre un cuerpo cuando actúan dos fuerzas cuyos vectores representativos tienen un punto en común, es igual al de una única fuerza cuyo vector representativo se obtiene como diagonal del paralelogramo que tiene por lados segmentos proporcionales a las fuerzas en cuestión (figura n º 4)

figura n º 4



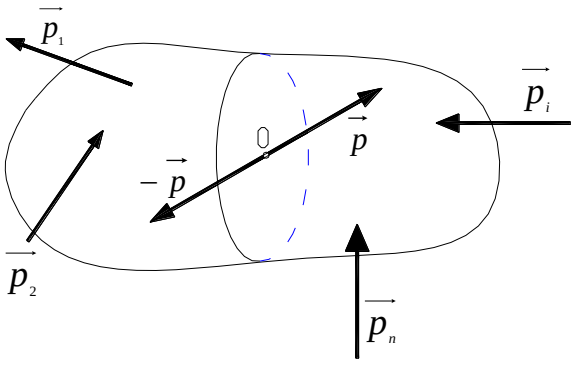
2 º) Principio de equilibrio entre dos fuerzas: Para que se encuentre en equilibrio un cuerpo en el que actúan dos fuerzas, es necesario que las que las mismas posean la misma recta de acción, igual intensidad y sentido contrario. (figura n º 5)

figura n º 5



3 º) Invariabilidad de los efectos: El efecto que produce un sistema de fuerzas cualesquiera sobre un cuerpo no altera, si además sobre el mismo actúa un sistema equilibrado. (Figura n º 6)

figura n º 6



4 º) Principio de acción y reacción: Si un cuerpo ejerce un efecto sobre otro, este último recibe a su vez un efecto de igual intensidad, igual recta de acción y sentido contrario al primero denominado reacción.

Concepto de Momento de una fuerza respecto de un punto C $\overrightarrow{M}_p^C$.

Sea una fuerza $\vec{p} = p_x.\breve{i} + p_y.\breve{j} + p_z.\breve{k}$, y **C** un punto denominado centro de momentos, definimos como momento de $\vec{p}$ respecto de **C**, $\overrightarrow{M}_p^C$**,** al vector que resulta de efectuar el producto vectorial siguiente $\overrightarrow{M}_p^C = \vec{p} \wedge \left(\overrightarrow{C-A}\right)$:

$$\overrightarrow{M}_p^C = \begin{vmatrix} \breve{i} & \breve{j} & \breve{k} \\ p_x & p_y & p_z \\ x_C - x_A & y_C - y_A & z_C - z_A \end{vmatrix} \quad (5)$$

Pudiéndose escribir el producto vectorial 5 como,

$$\overrightarrow{M}_p^C = \left[p_y\left(z_C - z_A\right) - p_z\left(y_C - y_A\right)\right]\breve{i} + \left[p_z\left(x_C - x_A\right) - p_x\left(z_C - z_A\right)\right]\breve{j} + \\ + \left[p_x\left(y_C - y_A\right) - p_y\left(x_C - x_A\right)\right]\breve{k} \quad (6)$$

Siendo las componentes escalares del vector momento $\overrightarrow{M}_p^C$**,**

$$(7)\begin{cases} M_x = p_y\left(z_C - z_A\right) - p_z\left(y_C - y_A\right) \\ M_y = p_z\left(x_C - x_A\right) - p_x\left(z_C - z_A\right) \\ M_z = p_x\left(y_C - z_A\right) - p_y\left(x_C - x_A\right) \end{cases}$$

Pudiéndose expresar $\overrightarrow{M}_p^C$ como,

$$\overrightarrow{M}_p^C = M_x\breve{i} + M_y\breve{j} + M_z\breve{k} \quad (8)$$

Cuyo módulo es,

$$\left|\overrightarrow{M}_p^C\right| = \sqrt{\left(M_x\right)^2 + \left(M_y\right)^2 + \left(M_z\right)^2} \quad (9)$$

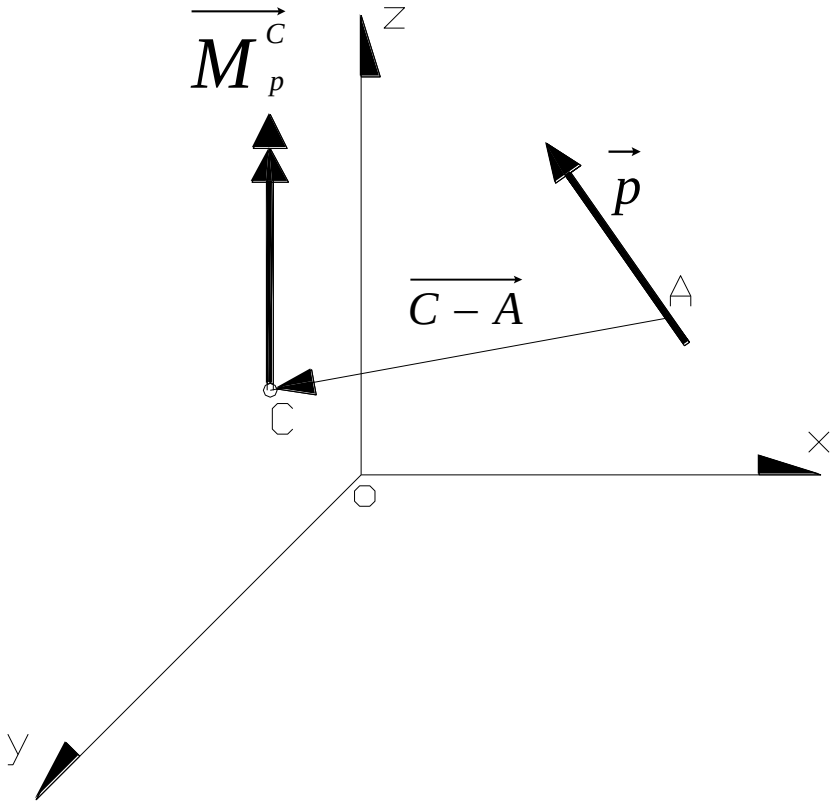
Mientras que la dirección y orientación del mismo será coincidente con la de un vector normal al plano formado por la fuerza $\vec{p}$ y el vector $\overrightarrow{C-A}$, en donde **A** es un punto arbitrario de la recta de acción de $\vec{p}$, y su sentido, es el sentido del tirabuzón derecho según el sentido de giro de la fuerza respecto del punto **C**. Es decir, si el punto **C** se encuentra a la izquierda de $\vec{p}$, entonces el vector momento es saliente. Caso contrario será entrante al plano mencionado.

Ahora bien, los cósenos directores del vector momento serán,

$$(10)\begin{cases} \cos\alpha_M = \dfrac{M_x}{\left|\overrightarrow{M}_p^C\right|} \\ \cos\beta_M = \dfrac{M_y}{\left|\overrightarrow{M}_p^C\right|} \\ \cos\gamma_M = \dfrac{M_z}{\left|\overrightarrow{M}_p^C\right|} \end{cases}$$

En la figura n º 7 se muestra el vector momento de $\vec{p}$ respecto de **C**.

figura n º 7

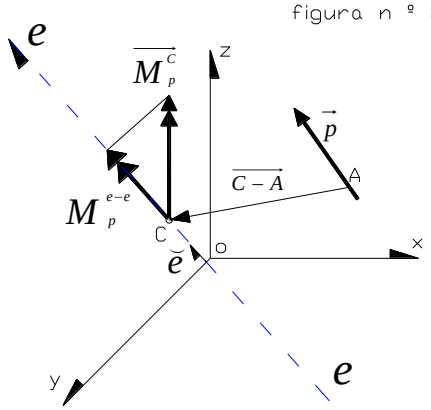


Momento de una fuerza con respecto a un eje: Definimos al momento de una fuerza $\vec{p}$ respecto de un eje $\overrightarrow{e-e}$ al resultado del producto mixto siguiente:

$$M^{e-e}_{p} = \vec{p} \wedge \left(\overrightarrow{C-A}\right).\breve{e} \qquad (11)$$

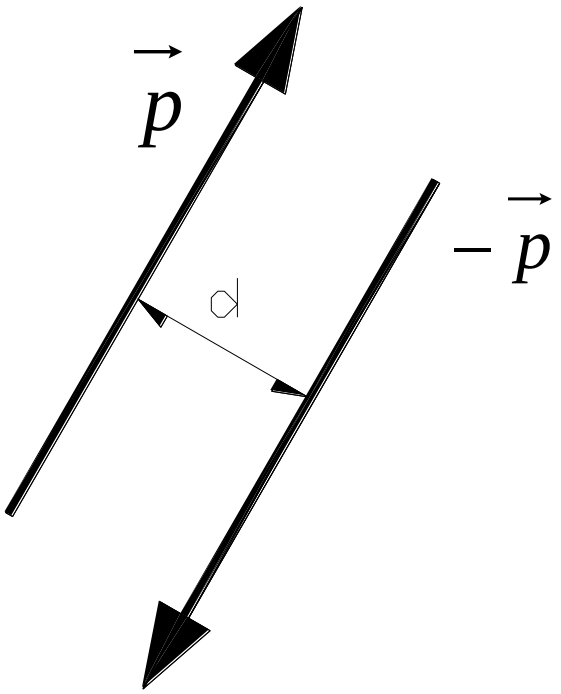
El momento de una fuerza respecto de un eje se interpreta como la proyección sobre el eje del vector momento de la fuerza $\vec{p}$ respecto de cualquier punto del eje, como se muestra en la figura n º 8.

figura n º 8



Par de fuerzas o cuplas: Se denomina así al conjunto de dos fuerzas de igual intensidad, igual dirección, distinta recta de acción y sentidos opuestos. (figura n º 9)

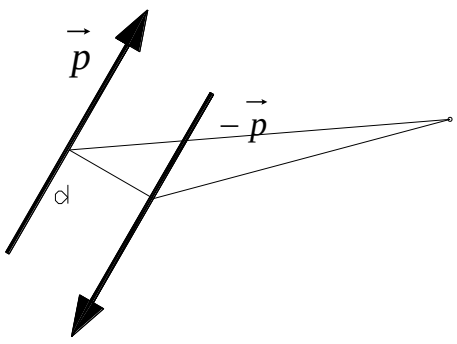
figura n º 9



Momento de un par

Sea el par $\vec{p}_-\vec{p}$ de la figura n º 10, y determinamos el momento del mismo respecto de un punto **C**, resultando,

figura n º 10



$$\overrightarrow{M^{C}_{p_-p}} = \vec{p} \wedge \left(\overrightarrow{C - C_1}\right) + \left(-\vec{p}\right) \wedge \left(\overrightarrow{C - C_2}\right) \quad (12)$$

La ecuación 12 se puede escribir como,

$$\overrightarrow{M^{C}_{p_-p}} = \vec{p} \wedge \left(\overrightarrow{C - C_1}\right) - \vec{p} \wedge \left(\overrightarrow{C - C_2}\right) \quad (13)$$

Ahora, escribimos la ecuación 13,

$$\overrightarrow{M^{C}_{p_-p}} = \vec{p} \wedge \left[\left(\overrightarrow{C - C_1}\right) - \left(\overrightarrow{C - C_2}\right)\right] \quad (14)$$

Concluyendo,

$$\overrightarrow{M^{C}_{p_-p}} = \vec{p} \wedge \left(\overrightarrow{C_2 - C_1}\right) \quad (15)$$

La expresión 15 nos muestra que el momento de un par respecto de un punto **C** es independiente de este último, dependiendo solamente de la posición de los puntos $C_1 y\ C_2$ de las rectas de acción de las fuerzas $\vec{p}\ y\ -\vec{p}$ respectivamente.

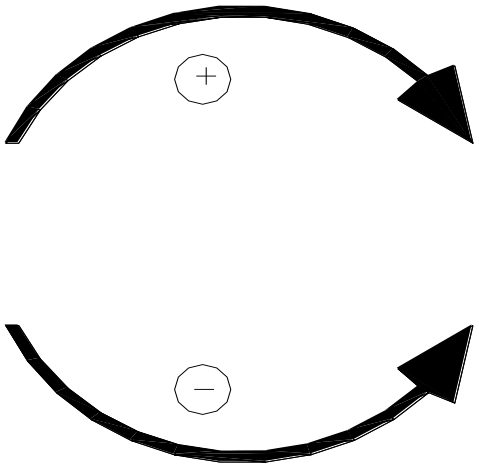
Por consiguiente, el vector representativo de un momento es un vector libre, implicando esto que tiene orientación pero no punto de aplicación.

Propiedades de los pares

- a) El efecto de un par no altera si se desplaza en el mismo plano;
- b) El efecto de un par no altera si se desplaza en planos paralelos;
- c) El par se puede interpretar como una fuerza infinitamente pequeña situada en la recta impropia del plano.

Adoptaremos la siguiente convención de signo de un par. (figura n º 11)

figura n º 11



Es decir, si el par tiene el sentido de giro horario, consideramos al par positivo, caso contrario, el mismo es negativo.