

Respuestas Trabajo Práctico 4. Variable aleatoria continua

Ej.1.

	k	$F_X(x)$	$E(X)$	\tilde{x}	$V(X)$
a	$\frac{3}{64}$	$\begin{cases} 0 & x < 0 \\ \frac{1}{64}x^3 & 0 \leq x \leq 4 \\ 1 & x > 4 \end{cases}$	3	$\sqrt[3]{32} \cong 3,1748$	$\frac{3}{5}$
b	$\frac{1}{6}$	$\begin{cases} 0 & x < 0 \\ \frac{1}{6}(x+x^2) & 0 \leq x \leq 2 \\ 1 & x > 2 \end{cases}$	$\frac{11}{9}$	$\frac{-1+\sqrt{13}}{2} \cong 1,3028$	$\frac{23}{81}$
c	5	$\begin{cases} 1-e^{-5x} & x \geq 0 \\ 0 & x < 0 \end{cases}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{\ln 2}{5}$	$\frac{1}{25}$
d	$\frac{\ln 13}{3} \cong 0,8550$	$\begin{cases} 0 & x < 0 \\ \frac{1}{12}(e^{3x}-1) & 0 \leq x \leq \frac{\ln 13}{3} \\ 1 & x > \frac{\ln 13}{3} \end{cases}$	$\cong 0,5927$	$\cong 1,9459$	$\cong 0,0451$

Ej.2.

<p>a) $f_X(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}e^{-\frac{x}{2}} & x \geq 0 \\ 0 & x < 0 \end{cases}$</p>	<p>b) $f_X(x) = \begin{cases} \frac{\pi}{4} \cos\left[\frac{\pi}{2}(x-1)\right] & 0 \leq x \leq 2 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$</p>
<p>c) $f_X(x) = \begin{cases} \frac{1}{a} & a \leq x \leq 2a, a > 0 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$</p>	<p>d) $f_X(x) = \begin{cases} 0,25 & -2 \leq x < 1 \\ 0,50 & 1 \leq x < 1,5 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$</p>

Ej.3. **a)** Moda = 2/3; Mediana $\cong 0,61427$; **b)** $P(X > 0,5) = 1 - P(X \leq 5) = 1 - 0,3125 = 0,6825$; **c)** $P(X > 0,5 / X > 0,3) = 0,7503$; **d)** $Y \sim Bi(n = 4; p = 0,6875) \rightarrow P(Y = 1) = 0,08392$.

Ej.4. **a)** $k = -0,75$; **c)** 0; 0; 0,2; **d)** 0,5; **e)** 2109; **f)** $-0,14^\circ$. **Ej.5** \$ 13,5.

Ej.6. **a)** $k = \frac{1}{b-a}$; **b)** $E(X) = \frac{a+b}{2}$; **c)** $V(X) = \frac{(b-a)^2}{12}$.

Ej.7. **a)** $\frac{38}{135} \cong 0,2815$ (corresponde a un 28,15%); **b)** 0,10.

Ej.8. **b)** $E(X) = \frac{1}{\alpha}$; $V(X) = \frac{1}{\alpha^2}$; $\tilde{x} = \frac{\ln 2}{\alpha}$; **d)** $1 - e^{-1} \cong 0,3679$; **e) i)** 0,4512; **ii)** 0,4135; **iii)** 0,1353.

Ej.10. **a)** 0,000128; **b)** 0,01193; **c)** 0,0125.

Ej.11. **a)** 51,29 hs.; **b)** $0,9048^5 = 0,6064$; $0,3679^5 = 0,0067$; **c)** $Y \sim Bi(n = 5; p = 0,3679) \rightarrow P(Y \geq 3) = 0,2636$.

Ej.12 **a)** $\frac{c}{\alpha}$; **b)** $c\alpha \left[\frac{1}{\alpha^2} - \frac{1}{2(b+\alpha)^2} \right]$.

Ej.13. a) $\tilde{x} = a + \sqrt{1,3863 b}$; b) $F_X(a+b) = 1 - e^{-1/2} \cong 0,3935$.

Ej.14. a) $P(X < 1) \cong 0$; $P(X > 52) = 0,9916$; $P(X > 26 / X > 20) = 0,9991$;
b) $P(100 < X < 200) = 0,4712$; c) 7,434; d) 48,68%.

Ej.16. $Z \sim N(0;1^2)$; a) i) 0,8413; ii) 0,1587; iii) 0,0582; iv) 0,6247.
b) i) $c = 2,326$; ii) $c \cong 0,66$; iii) $c \cong 0,69$.

c)

Percentil	90,00	95,00	97,50	99,00	99,50	99,90	99,95
α (área de cola derecha)	0,100	0,050	0,025	0,010	0,005	0,001	0,0005
$z_\alpha = 100(1 - \alpha)$ avo percentil	1,282	1,645	1,960	2,326	2,576	3,090	3,300

Ej.17. 0,1587. **Ej.18** 0,3085. **Ej.19.** a) 0,9088; b) 0,000759; c) 0,0005838.

Ej.20 Se considera fallada la unidad que esté fuera de especificación.

El valor crítico del costo es $c = \$ 0,516$. Si $c < \$ 0,516$, la ganancia esperada es mayor para los del tipo B; si $c > \$ 0,516$, para los tipo A.

Ej.21. $\frac{1}{2} [1 - P(-1/\sigma_w < Z < 1/\sigma_w)] = 1 - \Phi(1/\sigma_w)$

Ej.22. a) 0,0668; ii) 0,9332; b) i) 0,9332; ii) 0,0668; c) 93,32%.

Ej.23. Aprox.79 artículos.

Ej.24. a) 0,5500; b) 0,2395; c) 0,0207; 0,99746.