Respuestas Trabajo Práctico 2. Cálculo de probabilidades

Ej. 1. Las formas de presentar las respuestas no son únicas pero es imprescindible, de usarse letras que simbolicen evento, definirlos. Definido un evento, se puede utilizar la simbología usual para su complementario, o bien asociarlo con una letra diferente siempre que se defina.

a) Sea S el evento de encontrar una molécula contaminante en la muestra (si) y N el de no encontrarla (no). $E=\{S;\ N\}$ (Podría presentarse como $E=\{S;\ S^c\}$) ó $E=\{Si;\ No\}$).

b) Sea B el evento de que la componente analizada cumple con el requerimiento (buena) y D el que no lo cumpla (defectuosa). $E=\{(B;B);\ (B;D);\ (D;B);\ (D;D)\}$

c) $E=\{$Cara; Ceca-Cara; Ceca-Ceca-Cara; Ceca-Ceca-Ceca-Cara; $\cdots\}$
Espacio muestral infinito numerable.
Opciones de presentación.
Sea C_i el evento de que en la tirada i-ésima sale cara en la moneda con $i=1,\ 2,\ 3,\ \cdots$

$$E=\left\{C_1;\overline{C}_1C_2;\overline{C}_1\overline{C}_2C_3;\overline{C}_1\overline{C}_2\overline{C}_3C_4;\cdots\right\} \text{ ó } E=\left\{(C_1);(\overline{C}_1;C_2);(\overline{C}_1;\overline{C}_2;C_3);(\overline{C}_1;\overline{C}_2;\overline{C}_3;C_4);\cdots\right\}.$$

$A=\{$Cara; Ceca-Cara; Ceca-Ceca-Cara$\}$ ó $A=\left\{(C_1);(\overline{C}_1;C_2);(\overline{C}_1;\overline{C}_2;C_3)\right\}$.

$$A^c=\left\{(\overline{C}_1;\overline{C}_2;\overline{C}_3;C_4);(\overline{C}_1;\overline{C}_2;\overline{C}_3;\overline{C}_4;C_5);(\overline{C}_1;\overline{C}_2;\overline{C}_3;\overline{C}_4;\overline{C}_5;C_6);\cdots\right\}$$

A^c: se arroja más de tres veces la moneda hasta obtener cara.

$$B=\left\{(\overline{C}_1;\overline{C}_2;C_3);(\overline{C}_1;\overline{C}_2;\overline{C}_3;C_4);(\overline{C}_1;\overline{C}_2;\overline{C}_3;\overline{C}_4;C_5)\right\}.$$

$$B^c=\left\{(C_1);(\overline{C}_1;C_2);(\overline{C}_1;\overline{C}_2;\overline{C}_3;\overline{C}_4;\overline{C}_5;C_6);(\overline{C}_1;\overline{C}_2;\overline{C}_3;\overline{C}_4;\overline{C}_5;\overline{C}_6;C_7);\cdots\right\}$$

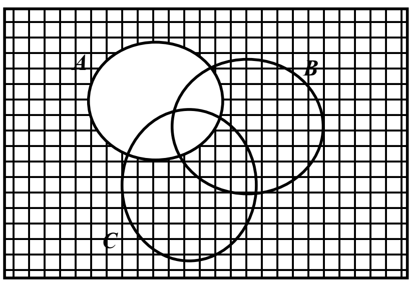
B^c: la primera cara aparece antes de la tercera tirada o después de la quinta tirada.

d) Sea D el evento de que la componente extraída es defectuosa y B si es buena.
$E=\{(D;D);\ (B;D;D);\ (B;B;D;D);\ (B;B;B;B);\ (B;B;B;D);\ (B;B;D;B);\ (B;D;B;B);\ (D;B;B;B);\ (D;B;D;B);\ (D;B;B;D);\ (B;D;B;D);\ (D;B;D;D)\}$.
Para que sea válida la respuesta anterior debe haber en la producción al menos tres artículos defectuosos y 4 artículos buenos.
$R=\{(B;D;D);\ (B;B;D;D);\ (B;B;B;B);\ (B;B;B;D);\ (B;B;D;B);\ (B;D;B;B);\ (D;B;B;B);\ (D;B;D;B);\ (D;B;B;D);\ (B;D;B;D);\ (D;B;D;D)\}$. $R^c=\{(D;D)\}$: se efectúan sólo dos extracciones.
$T=\{(D;D);\ (B;D;D)\}$.
$T^c=\{(B;B;D;D);\ (B;B;B;B);\ (B;B;B;D);\ (B;B;D;B);\ (B;D;B;B);\ (D;B;B;B);\ (D;B;D;B);\ (D;B;B;D);\ (B;D;B;D);\ (D;B;D;D)\}$: se efectúan cuatro extracciones.

e) $E=\mathbf{R}_{>0}$ (números reales positivos) ó bien $E=\{L/L\in\mathbf{R}^+\}$ donde L representa la longitud de la pieza elegida. Espacio muestral continuo.

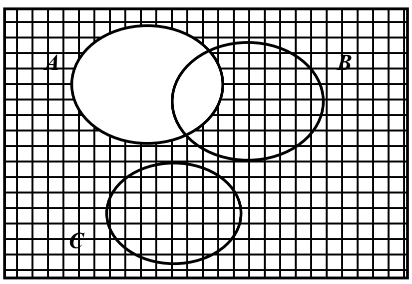
Ej.2.

a) Las zonas cuadriculadas son las correspondientes a los resultados de las operaciones.

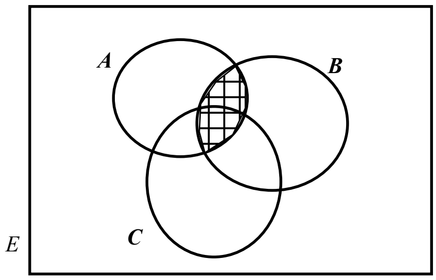


E

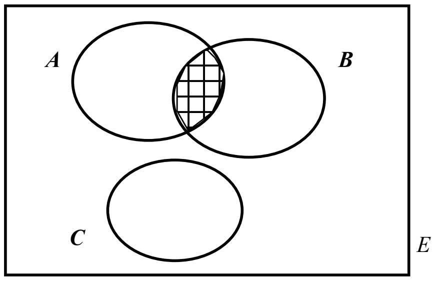
$\overline{A}$

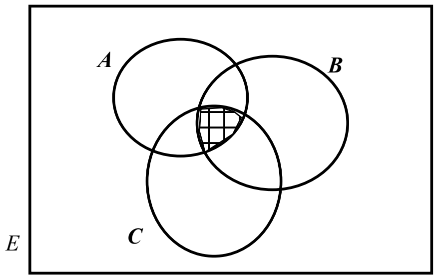


E

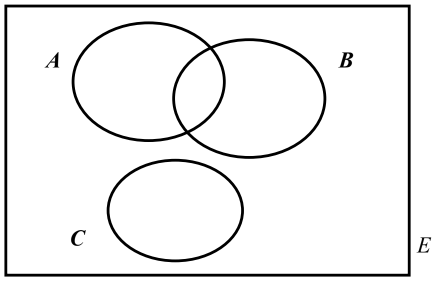


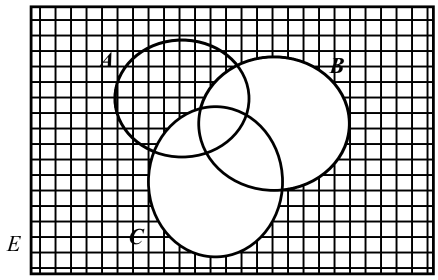
$A \cap B$



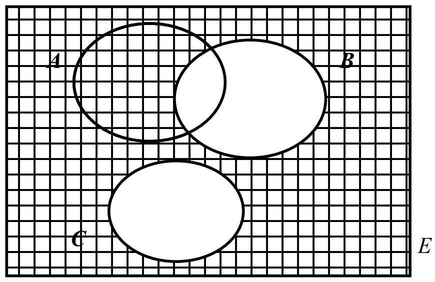


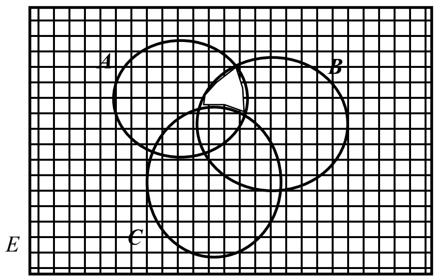
$(A \cap B) \cap C$



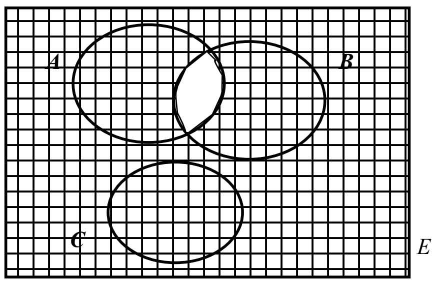


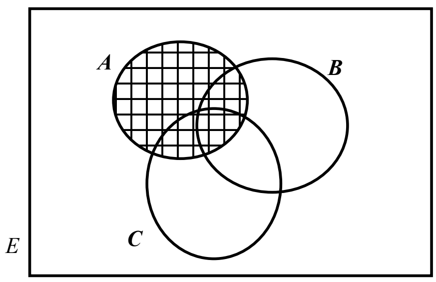
$(\overline{B \cup C})$



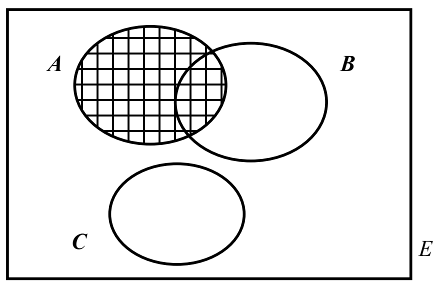


$(\overline{A \cap B}) \cup C$



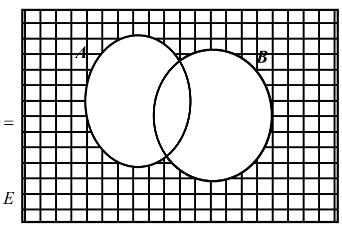


$(A \cap B) \cup (A \cap \overline{B})$

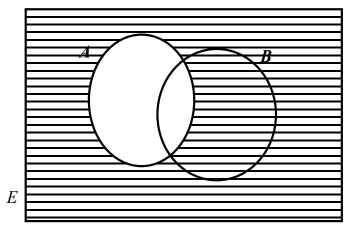


b)

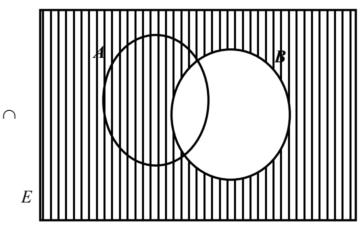
$\overline{(A \cup B)} =$



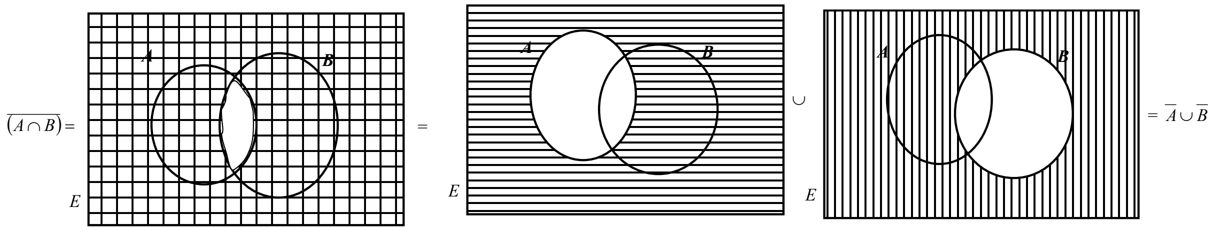
$=$

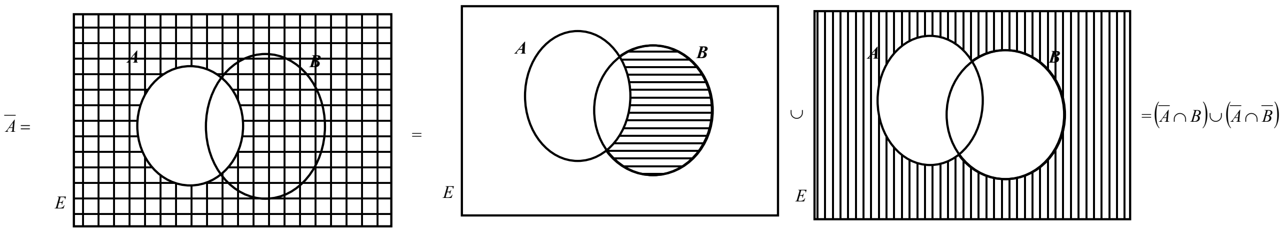


$\cap$



$= \overline{A} \cap \overline{B}$



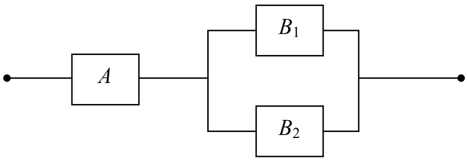


c) **i)** Falsa; **ii)** verdadera; **iii)** falsa; **iv)** falsa; **v)** verdadera; **vi)** verdadera.

Ej. 3.

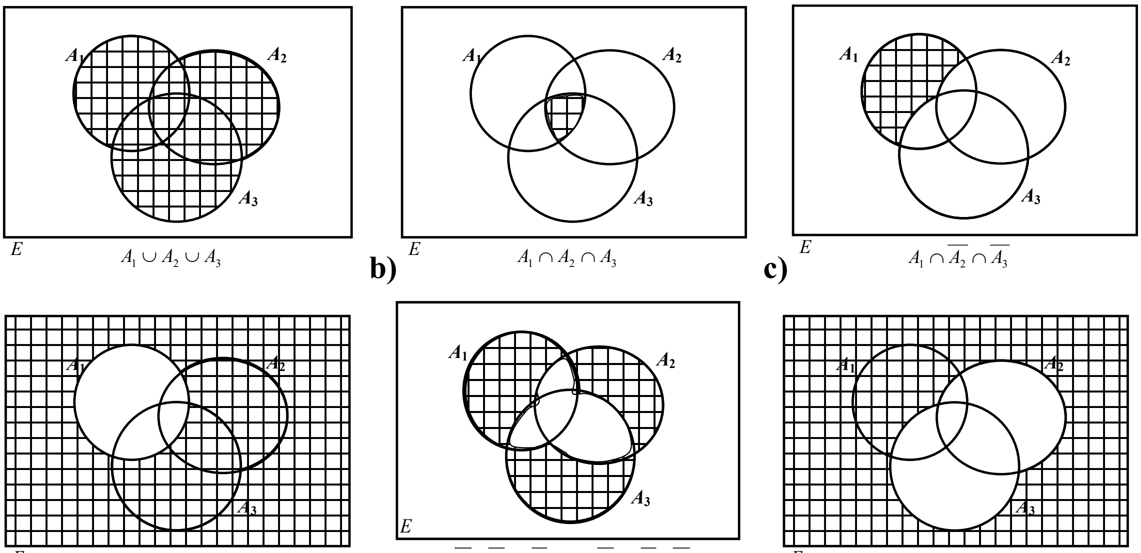
a) $A\cup B=\phi\cup B=\{t\in \mathbf{R}_{\geq 0}/50\leq t\leq 100\}$; $A\cap B=\phi\cap B=\phi=\{\}$; $B\cup C=C=\{t\in \mathbf{R}_{\geq 0}/t<150\}$; $B\cap C=B=\{t\in \mathbf{R}_{\geq 0}/50\leq t\leq 100\}$; $A^c=\phi^c=E=\{t\in \mathbf{R}/t\geq 0\}$; $B^c=\{t\in \mathbf{R}_{\geq 0}/t<50 \vee t>100\}$; $C^c=\{t\in \mathbf{R}_{\geq 0}/t\geq 150\}$.

b) $C = A\cap(B_1\cup B_2)$; $\overline{C}=\overline{A}\cup\overline{(B_1\cup B_2)}=\overline{A}\cup(\overline{B_1}\cap\overline{B_2})$. Esquema representativo:



Ej. 4

PI)



a) $A_1\cup A_2\cup A_3$ **b)** $A_1\cap A_2\cap A_3$ **c)** $A_1\cap\overline{A_2}\cap\overline{A_3}$

d) $\overline{A_1}$ **e)** $(A_1\cap\overline{A_2}\cap\overline{A_3})\cup(\overline{A_1}\cap A_2\cap\overline{A_3})\cup(\overline{A_1}\cap\overline{A_2}\cap A_3)$ **f)** $\overline{A_2}\cap\overline{A_3}$

PII) **a)** Ninguna de las plantas se termina para la fecha del contrato: $\overline{(A_1\cup A_2\cup A_3)}=\overline{A_1}\cap\overline{A_2}\cap\overline{A_3}$.

b) Al menos una planta no termina para la fecha del contrato: $\overline{(A_1\cap A_2\cap A_3)}=\overline{A_1}\cup\overline{A_2}\cup\overline{A_3}$.

c) O no termina la planta 1 o termina la 2 o la 3 (la planta 1 no termina o, si termina, no es la única que lo hace): $\overline{(A_1\cap\overline{A_2}\cap\overline{A_3})}=\overline{A_1}\cup A_2\cup A_3$.

d) La planta 1 se termina para la fecha del contrato: A_1.

e) O no termina ninguna planta o terminan por lo menos dos de las plantas:

$(\overline{A_1} \cup A_2 \cup A_3) \cap (A_1 \cup \overline{A_2} \cup A_3) \cap (A_1 \cup A_2 \cup \overline{A_3})$. (no es la única forma de escribirse).

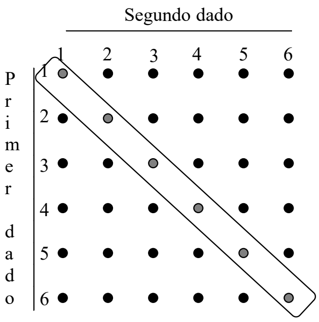
f) O se termina la planta 2 o se termina la planta 3: $A_2 \cup A_3$.

Ej.5. **a)** E={(1,1); (1,2); (1,3); (1,4); (1,5); (1,6); (2,1); (2,2); (2,3); (2,4); (2,5); (2,6);... ... (3,1); (3,2); (3,3); (3,4); (3,5); (3,6); (4,1); (4,2); (4,3); (4,4); (4,5); (4,6);... ... (5,1); (5,2); (5,3); (5,4); (5,5); (5,6); (6,1); (6,2); (6,3); (6,4); (6,5); (6,6)}

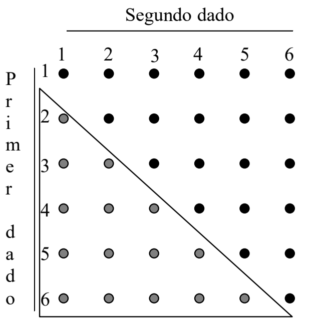
$$E=\{(i,j)\in \mathbf{R}^2 \,/\, i=1,2,3,4,5,6; j=1,2,3,4,5,6\}$$

b) $P(i,j)=(1/36) \quad i=1,2,3,4,5,6;\ j=1,2,3,4,5,6$.

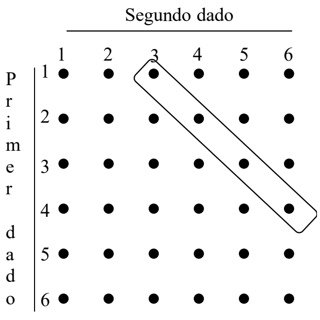
c)



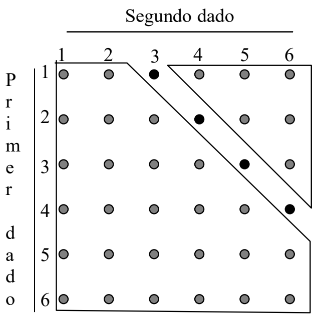
Evento A



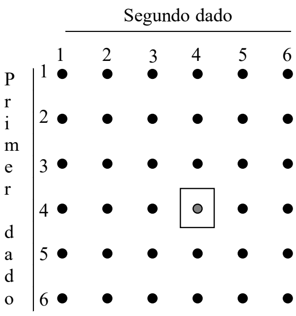
Evento B



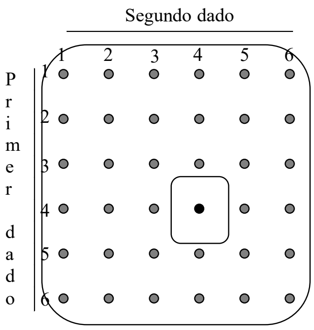
Evento $\overline{C}$ (ayuda)



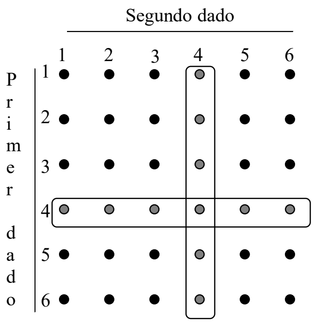
Evento C



Evento D



Evento F



Evento G

d) $P(A)=\dfrac{6}{36}=\dfrac{1}{6}$; $P(B)=\dfrac{1+2+3+4+5}{36}=\dfrac{15}{36}=\dfrac{5}{12}$; $P(C)=1-P(C^c)=1-\dfrac{4}{36}=\dfrac{32}{36}=\dfrac{8}{9}$.

$$P(D)=\frac{1}{36};\ P(F)=\frac{36-1}{36}=\frac{35}{36};\ P(G)=\frac{6+6-1}{36}=\frac{11}{36}.$$

e) A:^{c} el primer resultado y el segundo son distintos; B^c: el segundo resultado es mayor o igual al primero;

C^c: el segundo resultado excede en dos al primero; D^c: a lo sumo uno de los resultados es 4;

F^c: ambos resultados son 4; G^c: ninguno de los resultados es 4.

Ej. 6. **a)** Falso; **b)** falso; **c)** verdadero; **d)** falso.

Ej. 7 **a)** $1/2=0{,}5$; **b)** $\pi/4\cong 0{,}7853$; **c)** $1-2(1/2)(3/4)(3/4)=7/16=0{,}4375$.

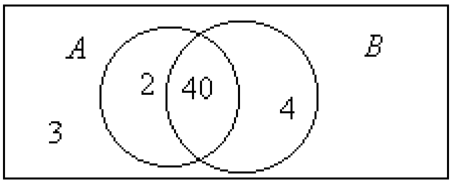
Ej. 9. **a)** $P(A\cup B)=x+y-z$; $P(A^c\cup B^c)=1-z$; $P(A^c\cap B)=y-z$; $P(A^c\cup B)=1-x+z$; $P(A^c\cap B^c)=1-x-y+z$.

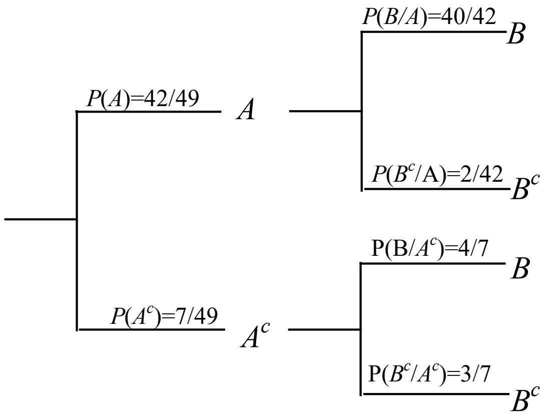
b) $P(A\cup B)=0{,}8$; $P[(A\cup B\cup C)^c]=0{,}1$; $P(A^c\cap B\cap C^c)=0{,}05$; $P[A^c\cap(B\cup C)]=0{,}20$.

c) 0,625.

Ej. 10. **a)** 0,40; **b)** 0,25; **c)** 0,75.

Ej. 11. $P(A\cap B)=40/49\cong 0{,}816$; $P(A^c)=7/49\cong 0{,}143$; $P(A\cup B)=46/49\cong 0{,}939$





Ej. 12. **a)** 0,820; **b)** 0,070; **c)** 0,770. **Ej. 13.** **a)** 0,300; **b)** 0,120; **c)** 3%.

Ej. 14. **a)** $1/5040\cong 0{,}0002$; **b)** $1/100=0{,}0100$. **Ej. 15.** $\dfrac{C_{7,3}C_{18,2}}{C_{25,5}}=\dfrac{51}{506}\cong 0{,}10079$

Ej. 16. **a)** $24360/117600\cong 0{,}2071$; **b)** $30/48=0{,}6250$; **c)** 0,6000; **d)=e)** 4 o más arandelas (hasta 20).

Ej. 17. $P(A/B)=1/15$; $P(B/A)=1/3$. **Ej. 18.** **a)** 0,9495; **b)** 0,9891. **Ej. 19.** 0,5882.

Ej. 20. **a)** 0,3000; **b)** 0,0500; **c)** $1/14\cong 0{,}0714$; **d)** No. **Ej 21.** **a)** 0,5120; **b)** 0,6080; **c)** 0,7835.

Ej 22. En paralelo: 0,9995; en serie: 0,7695. **Ej 23.** 0,9996. **Ej. 24.** 0,9880.