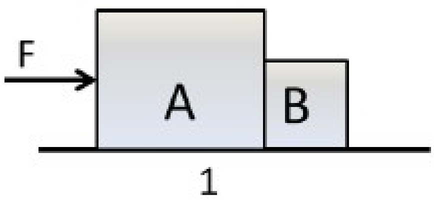
Ejercicio 77

Las cajas A y B de masas 10 y 5 kg, respectivamente, se desplazan sobre un piso sin rozamiento por la acción de una fuerza F de 50 N. Para los casos 1 y 2:
a) realizar un diagrama de cuerpo libre para las cajas A y B e indicar los pares de interacción de cada fuerza;
b) calcular la aceleración del conjunto;
c) calcular el valor de la fuerza de contacto entre las cajas.

[b) ambos casos a=3,33 m/s 2; c) 1) 16,6 N; 2) 33,3 N]

Caso 1



En este problema tenemos dos objetos en juego y por lo tanto debemos realizar el diagrama de cuerpo libre de los dos objetos.

Sobre cada cuerpo actuarán el peso $\vec{P}$ y la normal $\vec{N}$. La fuerza $\vec{F}$ actuará sólo sobre el cuerpo A. Finalmente, el cuerpo A sentirá la fuerza que le ejerce el cuerpo B $\vec{F}_B$ y el cuerpo B sentirá la fuerza que le ejerce el cuerpo A $\vec{F}_A$.

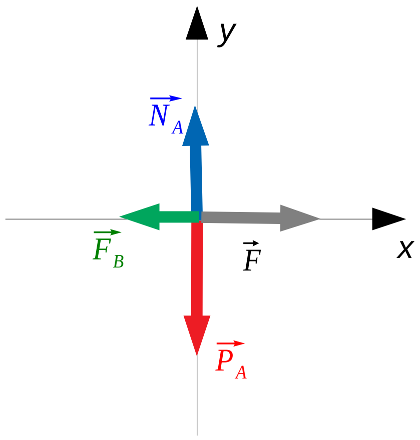


Diagrama de cuerpo libre del cuerpo A

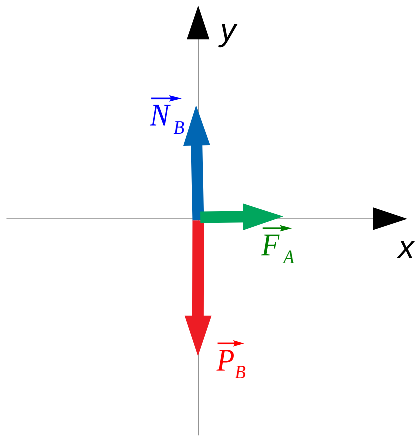


Diagrama de cuerpo libre del cuerpo B

Escribiendo cada fuerza en componentes:

$$\begin{aligned}\vec{P}_A &= (0,-m_A \cdot g)\\ \vec{N}_A &= (0,|\vec{N}_A|)\\ \vec{F} &= (|\vec{F}|,0)\\ \vec{F}_B &= (-|\vec{F}_B|,0)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\vec{P}_B &= (0,-m_B \cdot g)\\ \vec{N}_B &= (0,|\vec{N}_B|)\\ \vec{F}_A &= (|\vec{F}_A|,0)\end{aligned}$$

A su vez, sabemos que $\vec{F}_A$ y $\vec{F}_B$ son un par acción- reacción y por lo tanto tendrán el mismo módulo: $|\vec{F}_A|=|\vec{F}_A|=F_{AR}$ Con esto:

$$\begin{array}{lcl} \vec{P}_A & = & (0,-m_A\cdot g) \\ \vec{N}_A & = & (0,|\vec{N}_A|) \\ \vec{F} & = & (|\vec{F}|,0) \\ \vec{F}_B & = & (-F_{AR},0) \end{array} \qquad \begin{array}{lcl} \vec{P}_B & = & (0,-m_B\cdot g) \\ \vec{N}_B & = & (0,|\vec{N}_B|) \\ \vec{F}_A & = & (F_{AR},0) \end{array}$$

Ahora,podemos escribir la segunda ley de Newton $\sum_i \vec{F}_i=m\vec{a}$ teniendo en cuenta que ambos cuerpos adquieren la misma aceleración en el eje x . Desglosando en componentes:

$$\begin{array}{lccccccl} x) & |\vec{F}| & - & F_{AR} & = & m_A\cdot a & (ec.1) \\ y) & - & m_A\cdot g & + |\vec{N}_A| & = & 0 & (ec.2) \end{array} \qquad \begin{array}{lccccccl} x) & & F_{AR} & & = & m_B\cdot a & (ec.3) \\ y) & - & m_B\cdot g & + |\vec{N}_B| & = & 0 & (ec.4) \end{array}$$

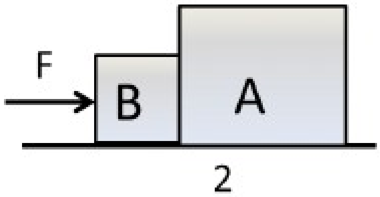
Observemos que los dos cuerpos adquieren la misma aceleración en el eje x.
Nos quedaron cuatro ecuaciones con cuatro incógnitas: F_{AR} , $|\vec{N}_A|$, $|\vec{N}_B|$ y a .
Nuevamente, este sistema puede ser resuelto de distintas maneras. Aquí no resolveremos el sistema completo porque sólo nos piden dos de las incógnitas y podemos calcularlas sin hallar las otras dos.
Combinando las ecuaciones ec.1 y ec.2:

$$|\vec{F}| - m_B\cdot a=m_A\cdot a \quad \rightarrow \quad a=\frac{|\vec{F}|}{(m_a+m_B)}=\frac{50\,N}{(10\,kg+5\,kg)}=3.33\frac{m}{s^2}$$

Con este valor puedo utilizar la ecuación ec.3 para calcular el valor dela fuerza de contacto:

$$F_{AR}=m_B\cdot a=5\,Kg\cdot 3.33\frac{m}{s^2}=16.6\,N$$

Caso 2



Al igual que en el caso anterior, presentamos los diagramas de cuerpo libre sobre cada cuerpo.

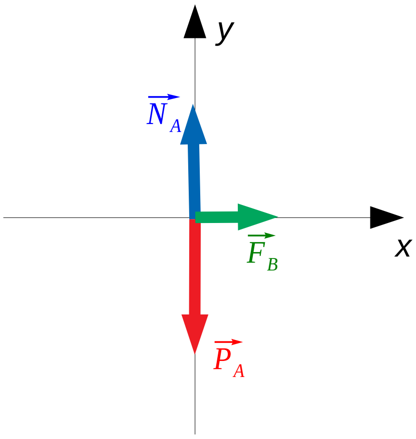


Diagrama de cuerpo libre
del cuerpo A

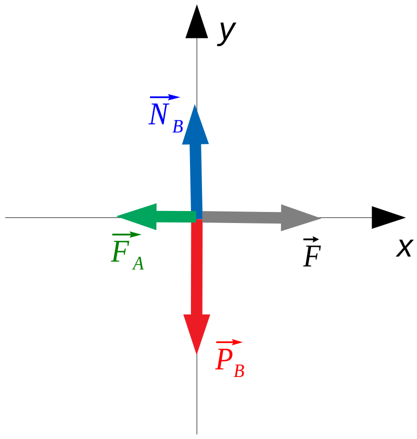


Diagrama de cuerpo libre
del cuerpo B

Escribiendo cada fuerza en componentes y teniendo en cuenta que $\vec{F}_A$ y $\vec{F}_B$ son un par acción- reacción, es decir $|\vec{F}_A|=|\vec{F}_A|=F_{AR}$:

$$\begin{array}{lcl} \vec{P}_A & = & (0,-m_A \cdot g) \\ \vec{N}_A & = & (0,|\vec{N}_A|) \\ \vec{F}_B & = & (F_{AR},0) \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} \vec{P}_B & = & (0,-m_B \cdot g) \\ \vec{N}_B & = & (0,|\vec{N}_B|) \\ \vec{F} & = & (|\vec{F}|,0) \\ \vec{F}_A & = & (-F_{AR},0) \end{array}$$

Ahora, podemos escribir la segunda ley de Newton $\sum_i \vec{F}_i = m\vec{a}$ teniendo en cuenta que ambos cuerpos adquieren la misma aceleración en el eje x. Desglosando en componentes:

$$\begin{array}{llcll} x) & F_{AR} & = & m_A \cdot a & (ec.5) \\ y) & -\ m_A \cdot g + |\vec{N}_A| & = & 0 & (ec.6) \end{array} \qquad \begin{array}{llcll} x) & |\vec{F}| - F_{AR} & = & m_B \cdot a & (ec.7) \\ y) & -\ m_B \cdot g + |\vec{N}_B| & = & 0 & (ec.8) \end{array}$$

Al igual que en el caso anterior, combinando la ecuaciones ec.5 y ec.7 podemos despejar a :

$$|\vec{F}| \; - \; m_B \cdot a = m_A \cdot a \quad \rightarrow \quad a = \frac{|\vec{F}|}{(m_A + m_B)} = 3.33 \frac{m}{s^2}$$

Con este valor, podemos utilizar la ecuación ec.5 para calcular F_{AR} :

$$F_{AR} = m_A \cdot a = 10\, Kg \cdot 3.33 \frac{m}{s^2} = 33.3\, N$$