2.5 *Ejercicio 98 – COLUMPIO*

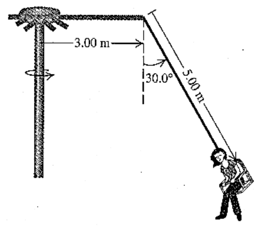
Enunciado:

El Columpio Gigante de una feria consiste en un eje vertical central con varios brazos horizontales en su extremo superior (figura). Cada brazo sostiene un asiento suspendido de un cable de 5 m de longitud sujeto al brazo en un punto a 3 m del eje central.

a) Calcule el tiempo de una revolución del columpio si el cable forma un ángulo de 30° con la vertical.

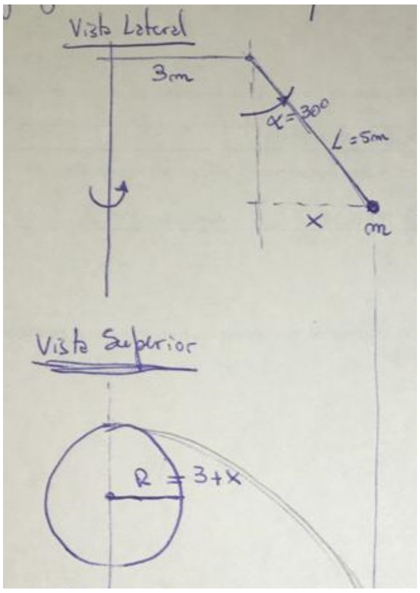
b) ¿Depende el ángulo del peso del pasajero para una rapidez de giro dada?

[a) T = 6,13 s; b) No.*]*



Solución:

Primero debemos plantear un sistema de coordenadas/referencia (SC o SR) y un croquis para poder modelizar que es lo que está sucediendo.



a) Para obtener el Período, plantearemos la ecuación que vimos en CINEMÁTICA CIRCULAR.

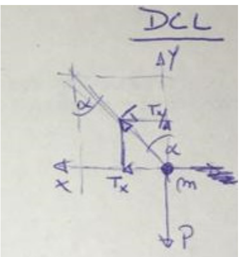
$$1)\ T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{1}{f}$$

$$2)\ a_c = \omega^2 . R$$

Donde R es “variable” para cada ángulo de equilibrio, esto podremos obtenerlo por trigonometría más adelante.

Como en total tenemos 3 incógnitas (T, a_c y ω) y tenemos solo 2 ecuaciones, esto es un sistema indeterminado, por lo que es necesario buscar información en otras áreas de la mecánica Newtoneana, para eso analizamos la DINÁMICA CIRCULAR.

Planteando el diagrama de cuerpo libre y desarrollando las ecuaciones de la 2º ley de NEWTON:



<u>En X (al estar girando hay fuerza centrípeta)</u>

$$\sum F_x = m.a_c \quad \rightarrow \quad +T.\sin\alpha = m.a_c \qquad A)$$

<u>En Y (está en equilibrio):</u>

$$\sum F_y = 0 \quad \rightarrow \quad +T.\cos\alpha - P = 0 \quad \rightarrow \quad +T.\cos\alpha = m.g \qquad B)$$

En total en A y B, tenemos 2 incógnitas (T y a_c) y son 2 ecuaciones por lo que es un sistema compatible determinado (SCD) tal como vieron en álgebra. A ese sistema de ecuaciones lo resolvemos por el método de la división en este caso por haber una simplicidad en el término izquierdo en ambas ecuaciones.

$$\frac{A}{B} \rightarrow \frac{\cancel{T}.\sin\alpha = \cancel{m}.a_c}{\cancel{T}.\cos\alpha = \cancel{m}.g} \quad \rightarrow \quad \tan\alpha = \frac{a_c}{g} \quad \rightarrow \quad a_c = g.\tan\alpha \qquad C)$$

Sustituimos C) en 2) y despejamos la velocidad angular:

$$g.\tan\alpha = a_c = \boldsymbol{\omega}^2.R \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{\omega} = \sqrt{\frac{g.\tan\alpha}{R}} \qquad D)$$

De trigonometría podemos obtener R:

$$R = 3 + x \quad \rightarrow \quad x = L.\sin\alpha = 5.\sin 30° = 2{,}5\ [m] \quad \rightarrow \quad \mathbf{R} = 3 + x = 5{,}5\ [m] \qquad E)$$

Sustituimos D) y E) en 1) y obtenemos el período:

$$T = \frac{2\pi}{\boldsymbol{\omega}} = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{g.\tan\alpha}{R}}} = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{9{,}8.\tan 30º}{5{,}5}}} = \frac{6{,}28}{\sqrt{\frac{5{,}77}{5{,}5}}} = 6{,}13\ [seg]$$

b) Queremos saber si hay dependencia del peso con el ángulo que se obtiene, esto podemos intentar obtenerlo desde la ecuación D)

$$\boldsymbol{\omega} = \sqrt{\frac{g.\tan\alpha}{R}} \quad \rightarrow \quad \tan\alpha = \frac{\omega^2.R}{g} \quad \rightarrow \quad \alpha = \tan^{-1}\left(\frac{\omega^2.R}{g}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{a_c}{g}\right)$$

Por lo tanto podemos concluir que no depende de la masa (como se vio en la simplificación al obtener C)) pero si depende de la velocidad de giro, el radio y la gravedad, pero al estar elevado al cuadrado observamos que es preponderante la velocidad de giro.

También observamos que un aumento en la velocidad de giro y el radio, generan un aumento del ángulo, mientras que una disminución de g (por ejemplo en la Luna) también genera un aumento del ángulo.

París 532 Haedo (1706) Buenos Aires - Argentina
Teléfonos: (+ 5411) 4443-7466/4659-2575/4659-3857 Fax: 4443-0499 **www.frh.utn.edu.ar**