FISICA 1

CINEMÁTICA

Ejercicio 1: En el momento en que se enciende la luz verde en un semáforo, un auto arranca con aceleración constante $a_a = 2.5\left(m/s^2\right)$. En el mismo momento, un camión que lleva una velocidad constante $v_c = 10\left(m/s\right)$ alcanza al auto y lo pasa.

a) Construya un gráfico velocidad versus tiempo para dos móviles,

b) ¿a qué distancia del punto de partida, el auto alcanzará al camión?,

c) ¿qué velocidad llevará el auto en ese momento?

Nota: *Las ecuaciones de movimiento para el caso en que la aceleración $\vec{a}$ es un vector constante son:*

$$\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t + \frac{1}{2}\vec{a}t^2 \qquad (1)$$

$$\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a}t \qquad (2)$$

En el caso de una partícula moviéndose en una única dirección, el eje X por ejemplo, las ecuaciones de movimiento quedan de la siguiente manera:

$$x = x_0 + v_{0x}t + \frac{1}{2}a_x t^2 \qquad (3)$$

$$v_x = v_{0x} + a_x t \qquad (4)$$

Solución:

a) Construya un gráfico velocidad versus tiempo para los dos móviles

Las ecuaciones de movimiento, considerando $v_x = v$, $v_{0x} = v_0$, $a_x = a$, quedan

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2; \qquad v = v_0 + at \qquad (5)$$

Consideremos como origen del sistema de referencia el punto donde ambos vehículos inician su movimiento, el semáforo en este caso. Por lo tanto, se cumple que $x_{0a} = x_{0c} = 0$. Donde los subíndices a y c, se refieren al auto y al camión, respectivamente.

Para el auto con aceleración constante a_a que parte del reposo ($v_{0a} = 0$), las ecuaciones de movimiento vienen dadas por

$$x_a = \frac{1}{2} a_a t^2; \qquad v_a = a_a t \tag{6}$$

Por lo tanto, para el auto, el gráfico velocidad tiempo es una recta con pendiente positiva que parte del origen (ver la curva roja en la Fig. (1.1.1)). Para el camión que se mueve con velocidad v_c constante, sus ecuaciones de movimiento son:

$$x_c = v_{0c} t \qquad v_c = v_{0c} \tag{7}$$

Por lo tanto, el gráfico velocidad tiempo es una recta con pendiente cero, es decir, paralela al eje t (ver Fig. (1.1.1))

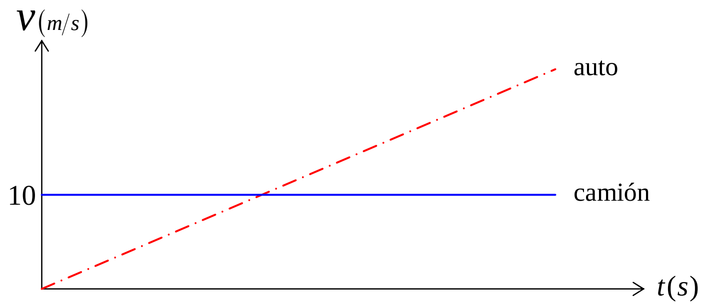

Figura (1.1.1)

b) ¿a qué distancia del punto de partida, el auto alcanzará al camión?

Reemplazando todos los datos conocidos: $v_{0a} = 0$, $a_a = 2.5\left(m/s^2\right)$ y $v_c = 10\left(m/s\right)$ en las ecuaciones (6) y (7), tenemos

$$x_a = \frac{1}{2} 2.5\left(m/s^2\right) t^2 \tag{8}$$

$$x_c = 10\left(m/s\right) t \tag{9}$$

$$v_a = 2.5\left(m/s^2\right) t \tag{10}$$

$$v_c = 10\left(m/s\right) \tag{11}$$

El auto y el camión se encontrarán cuando sus coordenadas x_a y x_c sean iguales, es decir, $x_a = x_c$. Igualando (8) y (9), se tiene:

$$\frac{1}{2} 2.5\left(m/s^2\right) t^2 = 10\left(m/s\right) t \tag{12}$$

Existen dos soluciones de esta ecuación de segundo grado: $t = 0\left(s\right)$, que corresponde al tiempo al inicio del movimiento, y el tiempo de encuentro t_e:

$$t_e = 8(s) \tag{13}$$

Reemplazando este tiempo $t = t_e = 8(s)$ en la relación (8) o (9), se puede calcular la distancia $x_c = x_a$ medida desde el punto de partida, hasta el punto en la cual el auto alcanza al camión,

$$x_c = 10\left(m/s\right) \times 8(s) = 80(m) \tag{14}$$

$$x_a = \frac{1}{2} 2.5\left(m/s^2\right) 8^2 \left(s^2\right) = 80(m) \tag{15}$$

c) ¿qué velocidad llevará el auto en ese momento?

Reemplazando el dato $t_e = 8(s)$ en la relación (10), se obtiene la velocidad del auto en el momento del encuentro de los móviles:

$$v_a = 2.5\left(m/s^2\right) \times 8(s) = 20\left(m/s\right) \tag{16}$$

En la Fig. (1.1.2) se muestran todos los datos obtenidos para ambos móviles.

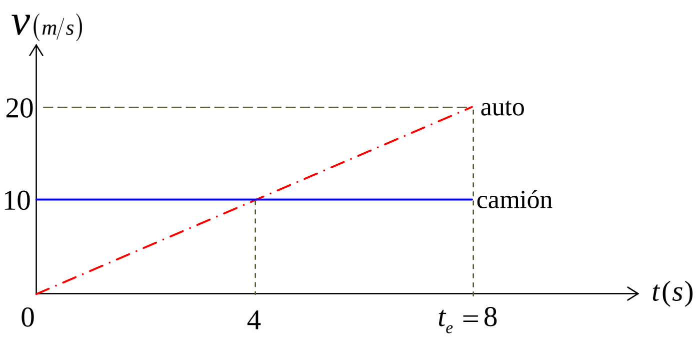

Figura (1.1.2)

Nótese que la distancia recorrida por ambos móviles hasta el punto de encuentro, $x_c = x_a$, al final de los $8(s)$, se puede calcular también como el área bajo la curva del gráfico velocidad-tiempo mostrado en la Fig. (1.1.2). El área bajo la curva asociada al camión viene dada por el área del rectángulo que se forma hasta $t = 8(s)$:

$$x_c = área_{rectángulo} = \Delta t \times \Delta v_c = 8(s) \times 10\left(m/s\right) = 80(m) \tag{17}$$

El área bajo la curva asociada al auto viene dada por el área del triángulo que se forma hasta $t = 8(s)$, considerando la línea segmentada inclinada:

$$x_a = área_{triángulo} == \frac{1}{2} \Delta t \times \Delta v_a = \frac{1}{2} 8(s) \times 20(m/s) = 80(m) \tag{18}$$