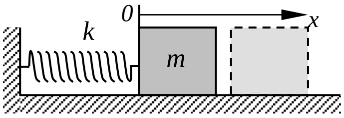
MOVIMIENTO OSCILATORIO ARMÓNICO

Fuerzas restitutivas. Resortes

237.- Una masa de 5 kg se sujeta a un resorte de constante k = 500 N/m que se encuentra en posición horizontal. Luego manualmente se estira 5 cm el resorte y se lo suelta. a) Escribir la ecuación horaria x(t) de las oscilaciones. b) Calcule frecuencia, período y amplitud del movimiento. c) ¿Cuál es la velocidad máxima del cuerpo? d) ¿Cuándo alcanza el cuerpo por primera vez su posición de equilibrio? Calcule la aceleración en ese instante. [a) x(t)=5cm.cos(10 1/s.t) ó x(t)=5cm.sen(10 1/s.t+π/2); b) f=1,59 Hz; T=0.62 s; A=5 cm; c) 50 cm/s; d) 0,15 s; 0 m/s^2]



238.- Un oscilador armónico está formado por una masa de 100 kg y un resorte de constante k desconocida.

a) Si el período de las oscilaciones es T=1 s, determinar la constante elástica k.

b) Si el resorte se reemplaza por otro de k = 16 kgf/m y la masa por otra de valor m = 10 kg, hallar la frecuencia de las oscilaciones. [*a) k = 3950 N/m b)f = 0,63 Hz*]

239.- Encuentre el valor de la constante de fase $\boldsymbol{\alpha}$ en la expresión $x = Asen(\omega t + \alpha)$, si la posición *x* de la partícula en el instante *t* = *0* es: a) 0; b) A; c) –A; d) ½ A.

$\left[a)\ \alpha = 0 \text{ ó } \alpha = \pi; b)\alpha = {}^{\pi}/_{2}\,; c)\alpha = {}^{3\pi}/_{2}\,; d)\alpha = {}^{\pi}/_{6} \text{ ó } \alpha = {}^{5\pi}/_{6}\right]$

240.- Un cuerpo de masa 10 g se mueve con movimiento armónico simple, de amplitud 24 cm y T = 4 s. Cuando t =0, la elongación es de +24 cm. Calcúlese:

a) La posición del cuerpo en t=0,5 s

b) El valor y el sentido de la fuerza que actúa sobre el cuerpo en t =0,5 s.

c) El tiempo mínimo que es necesario para que se mueva desde la posición inicial hasta el punto de elongación x = -12 cm.

d) La velocidad del cuerpo para x =-12 cm.

[*a) x = 17 cm; b)F = -0,42 x 10^{-2} N; c)t = 1,33 s; d) v = ± 32,6 cm/s*]

241.- Una partícula se mueve de acuerdo con la ecuación $x = Asen(\omega t + \alpha)$.

a) Escriba las ecuaciones horarias de la velocidad y la aceleración de la partícula

b) ¿cuál es la diferencia de fase con respecto a $x = Acos(\omega t + \alpha)$?

242.- Aníbal juega con un palo saltarín de tal manera que el palo no se despega del suelo. El resorte le permite realizar un movimiento armónico simple de período 0,3 s y de amplitud 8 cm. Grafique la posición y la velocidad de Aníbal en función del tiempo. Considere que el movimiento se inicia con Aníbal en reposo en el punto más bajo.

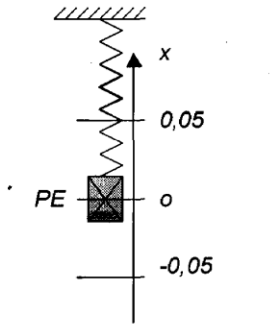
243.- Hallar el periodo de oscilación de una partícula, sabiendo que cuando la elongación es de 6,25 cm la aceleración es de 1 m/s^2.

[*T = 1,57 s*]

244.- De un resorte con una constante $k = 2\,N/cm$, se suspende una masa de 400 g. Si se lo aparta hacia abajo 5 cm de su posición de equilibrio y se lo suelta se inicia un movimiento oscilatorio armónico. Calcular: a) el período; b) las ecuaciones horarias del movimiento ($x = f(t); v = f(t) y\ a = f(t)$); c) la posición, velocidad y aceleración luego de transcurridos 3,2 períodos.

Solución:

Como $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$, *resulta* $T = 0,28\ s$



$x = A.sen(\omega.t + \alpha_0) \Rightarrow x = 0,05.sen(22,36.t + 3.\pi/2)$

$v = \omega.A.cos(\omega.t + \alpha_0) \Rightarrow v = 1,12.cos(22,36.t + 3.\pi/2)$

$a = -\omega^2.A(\omega.t + \alpha_0) \Rightarrow a = -25,04.sen(22,36.t + 3.\pi/2)$

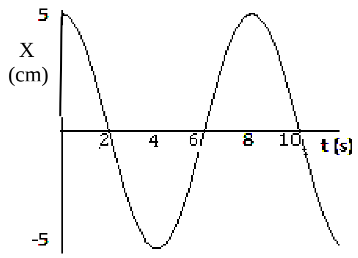
Para el instante t= 3,2 períodos, x, v y a son iguales que para 0,2 períodos, o sea t = 0,2T = 0,056 s.

al reemplazar se obtiene:

$x = -0,016\ m;\ v = 1,06\ m/s;\ a = 7,84\ m/s^2$

245.- Se sabe que la velocidad de un oscilador armónico de amplitud A es cero en determinados instantes, ¿puede decirse exactamente cuál es su posición en esos instantes? Explicar.

246.- Un cuerpo de masa 300 kg oscila en el extremo de un resorte sobre una superficie horizontal sin rozamiento. En el gráfico se observa la posición del cuerpo en función del tiempo.



a) Calcule la constante elástica del resorte.
b) Calcule la velocidad máxima que adquiere el cuerpo.
c) ¿En qué instantes la aceleración tiene módulo máximo?
[a) k=185 N/m; b) 0,039 m/s; c) 0 s; 4 s; 8 s]

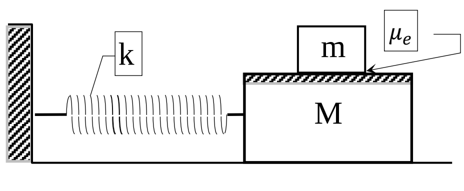
247.- Un cuerpo de masa 0,25 kg está sometido a una fuerza recuperadora elástica de constante de 25 N/m. Se inicia la oscilación del cuerpo con una energía potencial de 0,6 J y una energía cinética de 0,2 J.
a) ¿Cuál es la amplitud de movimiento?
b) ¿Cuál es la E_P cuando la elongación es la mitad de la amplitud?
c) ¿Para qué elongación son iguales la E_C y la E_P?
d) ¿Cuál es la velocidad del cuerpo en el centro de su trayectoria?

[*a) 0,25 m b) 0,2 J c) ± 0,18 m d) v = ± 2,53 m/s*]

248.- Para el sistema del problema anterior, hallar:
a) El período ***T***.
b) La frecuencia ***f***.
c) La pulsación $\boldsymbol{\omega}$.
d) La fase inicial $\boldsymbol{\alpha}$ si la amplitud es A =15 cm, la elongación inicial es x_0 =7,5 cm y la velocidad v_0 es negativa
e) Escribir las ecuaciones horarias del movimiento ($x = f(t); v = f(t) y\ a = f(t)$).

[*a) T = 0,628 s; b) f = 1,59 Hz; c)* ω *= 10* s^{-1}*; d)* α *= 5π/6*]

249.- Un bloque de masa ***M*** descansa sobre una superficie sin fricción y está conectado a un resorte horizontal con una constante de fuerza ***k***. El otro extremo del resorte está fijo a una pared. Un segundo bloque de masa ***m*** está sobre el primero. El coeficiente de fricción estática entre los bloques es $\boldsymbol{\mu_e}$. Determine la amplitud de oscilación máxima que hace que el bloque superior no resbale.



$$\left[A_{max}=\frac{\mu_e g}{k}(m+M)\right]$$

250.- Un bloque de masa ***M*** conectado a un resorte horizontal de constante ***k*** se mueve con movimiento oscilatorio armónico simple de amplitud ***A***. En el instante en que el bloque pasa por la posición de equilibrio se deja caer verticalmente sobre él, un trozo de masilla que queda pegada.

a) Calcular el nuevo período y la nueva amplitud.

b) Repita la pregunta anterior si el trozo de masilla se deja caer sobre el bloque, en el momento que este se encuentra en un extremo de la trayectoria.

Solución:

a) *Ya que el movimiento del cuerpo implica una posición y no un instante, lo podremos resolver por energía. Inicialmente la energía cinética en la posición de equilibrio resulta*

$$\frac{1}{2}Mv^2=\frac{1}{2}kA^2 \quad [1]$$

Antes que la masilla choque plásticamente contra el bloque, la energía era constante. Al entrar en contacto la componente horizontal de la cantidad de movimiento resulta constante:

$$M\vec{v}=(M+m)\vec{v}' \ [2]$$

Con lo que puede observarse que la velocidad resulta menor, por lo que resulta menor su energía.

Resulta entonces que debe ser:

$$\frac{1}{2}(M+m)v'^2=\frac{1}{2}kA_F^2 \quad [3]$$

Donde ***A_F*** *representa al valor de la amplitud después del choque.*

Despejando de [2] v´ y reemplazando resulta despejando: $E_F=\dfrac{M}{(M+m)}.E_I$

Lo que muestra que la energía disminuyó, por lo que A_F resulta menor que A.
El período de oscilación resulta ser mayor ya que la masa aumenta, se puede deducir fácilmente que su valor es.

$$T=2.\pi\sqrt{\frac{M+m}{k}}$$

b) *Cuando cae la masilla el bloque está en reposo por lo que la velocidad después del choque también resulta cero. Por lo que el agregado de masa no influye en el valor de la energía del sistema y la amplitud no varía. En cambio, el período cambia por el solo hecho de variar la masa; al mismo valor que en a).*

Péndulo simple

251.- ¿Cuál debe ser la longitud de un péndulo simple para que su período en la ciudad de Buenos Aires sea de 1 s? (valor de la aceleración de la gravedad local: $g=9{,}7969\ \frac{m}{s^2}$, fuente: http://www.ptb.de/cartoweb3/SISproject.php [*L= 0,2481 m*]

252.- ¿Cuál será el valor del período del péndulo del problema anterior si se lo transporta hasta la ciudad de La Paz (Bolivia) y se lo hace oscilar allí con pequeñas amplitudes? (utilice la página indicada como fuente en el problema anterior para encontrar el valor de la aceleración de la gravedad local)

253.- La aceleración de la gravedad varía ligeramente sobre la superficie de la Tierra. Una forma de calcular esas diferencias se basa en medir con precisión el período de un péndulo. Un péndulo (en régimen de pequeñas oscilaciones) tiene un período T = 3 s en un lugar donde g = 9,803 m/s^2, y un período T = 3,0024 s en otro lugar. ¿Cuánto vale g en este último lugar? [9,787 m/s^2]

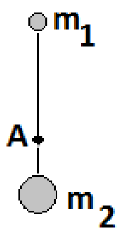
254.- Aníbal hace oscilar un péndulo de largo 20 cm en Plutón. Calcular la gravedad en Plutón sabiendo que el péndulo da 10 oscilaciones en 34 segundos. [0,68 m/s^2]

255.- Se quieren construir dos péndulos de tal manera que el primero realice 10 oscilaciones en el mismo tiempo en el que el segundo péndulo realiza 11 oscilaciones. ¿Cuál debe ser la relación entre los largos de los péndulos? [L_2=0,826L_1]

256.- El péndulo de un reloj antiguo tiene un período medio de 1,000 s en un lugar donde la aceleración de la gravedad local es de $9{,}80\ \frac{m}{s^2}$. Se lleva y se lo hace oscilar en otra ubicación geográfica donde las condiciones de temperatura son las mismas que en el primer sitio, y se encuentra que atrasa 89,00 s cada día. Determine el valor de la aceleración de la gravedad en esta nueva locación. [$g = 9{,}778\frac{m}{s^2}$]

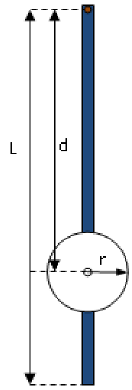
Péndulo físico

257.- Un aro delgado de 5 kg de masa y 20 cm de radio se suspende de un eje horizontal paralelo a su eje de simetría y que pasa por su borde, se lo aparta ligeramente de su posición de equilibrio y se lo suelta dejándolo oscilar libremente. Calcule su período de oscilación. (considere el valor de g como: $g = 9{,}80\frac{m}{s^2}$)[*T=1,27 s*]

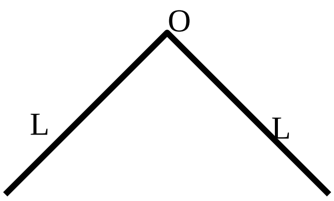


258.- Un explorador coloca un péndulo en la superficie de un planeta desconocido. El péndulo está formado por dos masas puntuales y una varilla sin masa de 30 cm de longitud, y oscila alrededor del punto A que dista 7 cm de la masa más grande. El explorador observa que el péndulo realiza 10 oscilaciones en 34 segundos. ¿Cuál es la gravedad del planeta? Datos: m1 = 1 kg; m2 = 11 kg. [0,67 m/s^2]

259.- La figura muestra la barra y la lenteja de un reloj de péndulo antiguo. La barra tiene una longitud ***L*** de 2,0 m y tiene una masa de 0,8 kg. La lenteja es un disco homogéneo de 1,2 kg y radio de 0,15 m. El reloj ha sido construido para que marque exactamente el tiempo cuando el período de oscilación del péndulo es de 2,50 s.

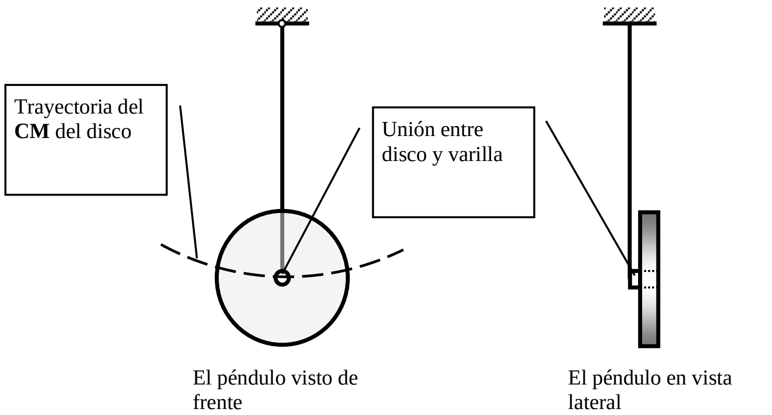


a) ¿Cuál deberá ser el valor de la distancia ***d*** para que el período sea de 2,5 s?
b) Supongamos que el reloj atrasa cinco minutos por día; ¿A qué distancia y en qué sentido debe desplazarse el disco para que marque exactamente el tiempo? (considerar $g = 9{,}81\frac{m}{s^2}$) [*a)d= 1,6357 m; b) Hacia arriba 1,33 cm*]



260.- Dos varillas delgadas idénticas de longitud L se unen formando ángulo recto. Calcule, para oscilaciones de pequeña amplitud, la frecuencia de oscilación alrededor del eje que pasa por el vértice O.
[$f = \frac{1}{4\pi}\sqrt{\frac{3g}{L}\sqrt{2}}$]

261.- Dos péndulos, formados cada uno por un disco fijo a una barra muy liviana, son idénticos salvo en lo que respecta a la unión entre el disco y la barra. En uno, la barra está rígidamente unida al disco; en el otro, se usan rodamientos, de forma que el disco tiene libertad de girar alrededor del eje que pasa por el punto de unión. Ambos péndulos se suspenden, se separan de su posición de equilibrio hasta la misma altura y se sueltan. ¿Cuál tiene mayor período?. [*El que se encuentra unido en forma rígida a la varilla*]



ONDAS

262.- La ecuación de una onda es y = 10^{-2}·sen [2π(2·x/m - 100·t/s)], donde t se mide en segundos, x e y en metros. Hallar: a) amplitud; b) longitud de onda; c) frecuencia; d) velocidad de propagación. [*a) A = 0.01m; b) λ = 0.5 m; c) f = 100 Hz; d) v=50 m/s*]

263.- La ecuación de una onda progresiva en una cuerda es $y = 6sen(0{,}02\pi x + 4{,}0\pi t)[cm; s]$. Determinar: a) la amplitud; b) la longitud de onda; c) la velocidad de propagación; d) sentido de propagación; e) velocidad transversal máxima de una partícula de la cuerda.
[*a) A = 6 cm; b) λ = 100 cm, c) v= 200 cm/s; d)hacia -x; e)* v_{max} *= 75 cm/s*]

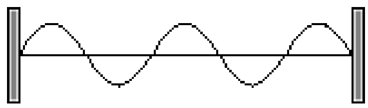
264.- La ecuación de una onda transversal que viaja en una cuerda es: $y = 0{,}15sen(0{,}79x - 12t)$
a) Escriba la ecuación de una onda que, cuando se sume a la dada, produciría ondas estacionarias en la cuerda.
b) ¿Cuál es la elongación de la onda estacionaria resultante en (x = 2,3 m, t = 0,16 s)?
[*b) y = -0,099 m*]

265.- Calcular la tensión de una cuerda de masa 3 g y 60 cm de longitud si su frecuencia fundamental es 20 Hz. [*T = 2.88 N*]

266.- Antiguamente los instrumentos de cuerda se construían con tripas de animales. Una tripa de oveja trenzada puede alcanzar una longitud de 2,5 m y un grosor (diámetro) de 0,4 cm. Su densidad en volumen es 3 g/cm^3. Calcule la frecuencia más grave a la que puede hacerse sonar la cuerda si se la somete a una tensión de 10 N. [3,25 Hz]

267.- Se supone que determinada nota de un piano debe tener una frecuencia de 231 Hz. Sin embargo, el afinador mide una frecuencia de 224 Hz, y que la tensión del alambre es de 723 N. El afinador corrige la frecuencia variando la tensión de la cuerda. ¿Cuál debe ser la nueva tensión? [*T = 769 N*]

268.- Una cuerda con extremos fijos tiene una onda estacionaria que vibra según el modo indicado en la figura, con una frecuencia de 240 Hz. a) Determine la frecuencia fundamental de la cuerda.
b) si la tensión de la cuerda se reduce en un factor 9, ¿cuál es la nueva frecuencia fundamental? [*a)* f_1 *= 48 Hz; b)* f'_1 *= 16 Hz*]



269.- Determinar cómo cambia la frecuencia fundamental de una cuerda cuando se duplica:
a) la tensión; b) la masa por unidad de longitud. *[a) f' = 1,41 f; b) f' = 0.707 f*]

270.- Una cuerda de 3 m de longitud y 2,5 g/m está sujeta por ambos extremos. Una de sus frecuencias naturales es 252 Hz y la siguiente es de 336 Hz. Calcular:
a) La frecuencia fundamental.

b) la tensión en la cuerda.
[*a)* f_1 *= 84 Hz; b) T = 635 N*]

271.- Una cuerda de acero bajo tensión vibra en su modo fundamental, a una frecuencia de *f*. Otra cuerda del mismo material y longitud, pero con el doble de diámetro, vibra en su modo fundamental a una frecuencia de *f/2*. ¿Cuál es la relación entre las tensiones de las dos cuerdas? $\left[\frac{T}{T'} = 1\right]$