

Respuestas Guía de Ejercitación 4. Variable aleatoria continua

Ej.1.

	k	$F_X(x)$	$E(X)$	\tilde{x}	$V(X)$
a	$\frac{1}{6}$	$\begin{cases} 0 & x < 0 \\ \frac{1}{6}(x + x^2) & 0 \leq x \leq 2 \\ 1 & x > 2 \end{cases}$	$\frac{11}{9}$	$\frac{-1 + \sqrt{13}}{2} \cong 1,3028$	$\frac{23}{81}$
b	$\frac{\ln 13}{3} \cong 0,8550$	$\begin{cases} 0 & x < 0 \\ \frac{1}{12}(e^{3x} - 1) & 0 \leq x \leq \frac{\ln 13}{3} \\ 1 & x > \frac{\ln 13}{3} \end{cases}$	$\cong 0,5927$	$\cong 1,9459$	$\cong 0,0451$

Ej.2.

$$\text{a) } f_X(x) = \begin{cases} 0,25 & -2 \leq x < 1 \\ 0,50 & 1 \leq x < 1,5 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases} \quad \left| \quad \text{b) } f_X(x) = \begin{cases} \frac{\pi}{4} \cos \left[\frac{\pi}{2}(x-1) \right] & 0 \leq x \leq 2 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

Ej.3. a) 0,5; b) 2109; c) $-0,14^\circ$

Ej.4. a) $\frac{38}{135} \cong 0,2815$ (corresponde a un 28,15%); b) 0,10

Ej.6. a) $\alpha = 0,000128$; b) 0,01193; c) 0,0125

Ej.7. a) $P(X < 1) \cong 0$; $P(X > 52) = 0,9916$; $P(X > 26 / X > 20) = 0,9991$;
 b) $P(100 < X < 200) = 0,4712$; c) 7,434; d) 48,68%

Ej.8. $Z \sim N(0; 1^2)$; a) i) 0,8413; ii) 0,1587; iii) 0,0582; iv) 0,6247
 b) i) $c = 2,326$; ii) $c \cong 0,66$; iii) $c \cong 0,69$

c)

Percentil	90,00	95,00	97,50	99,00	99,50	99,90	99,95
α (área de cola derecha)	0,100	0,050	0,025	0,010	0,005	0,001	0,0005
$z_\alpha = 100(1-\alpha)$ avo percentil	1,282	1,645	1,960	2,326	2,576	3,090	3,300

Ej.10. $\mu = 148,140$ kilos; $\sigma = 17,186$ kilos. Ej.11. 0,3085

Ej.12. Se considera fallada la unidad que esté fuera de especificación.

El valor crítico del costo es $c = \$ 51,6$. Si $c < \$ 51,6$, la ganancia esperada es mayor para los del tipo B; si $c > \$ 51,6$, para los tipo A.

Ej.13. Aproximadamente 79 artículos

Ej.14. a) Moda = $2/3$; Mediana $\cong 0,61427$;

b) $P(X > 0,5) = 1 - P(X \leq 5) = 1 - 0,3125 = 0,6825$;

c) $P(X > 0,5 / X > 0,3) = 0,7503$; d) $Y \sim Bi(n = 4; p = 0,6875) \rightarrow P(Y = 1) = 0,08392$

Ej.15. \$13,5

Ej.16. a) 51,29 hs.; b) $0,9048^5 = 0,6064$; $0,3679^5 = 0,0067$;

c) $Y \sim Bi(n = 5; p = 0,3679) \rightarrow P(Y \geq 3) = 0,2636$

Ej.17. Es preferible el proceso I si $K < 7,797C$; el proceso II si $K > 7,797C$. Si $K = 7,797C$ es indistinto uno u otro proceso si sólo se contempla el gasto esperado por fusible.

Ej.19. $\frac{1}{2} [1 - P(-1/\sigma_w < Z < 1/\sigma_w)] = 1 - \Phi(1/\sigma_w)$

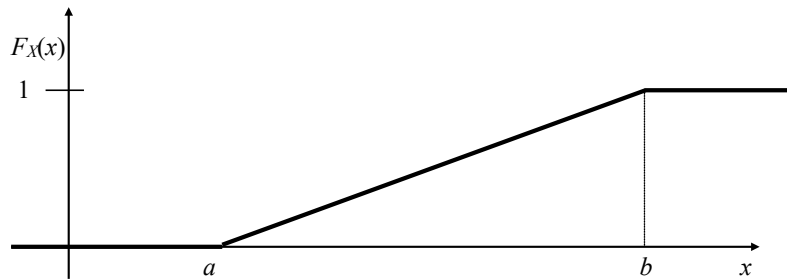
Ej.20. a) 0,0668; ii) 0,9332; b) i) 0,9332; ii) 0,0668; c) 93,32%

Ej.21. a) 0,15866; b) 0,59555; c) 0,00866

Ej.I.

a) $k = \frac{1}{b-a}$

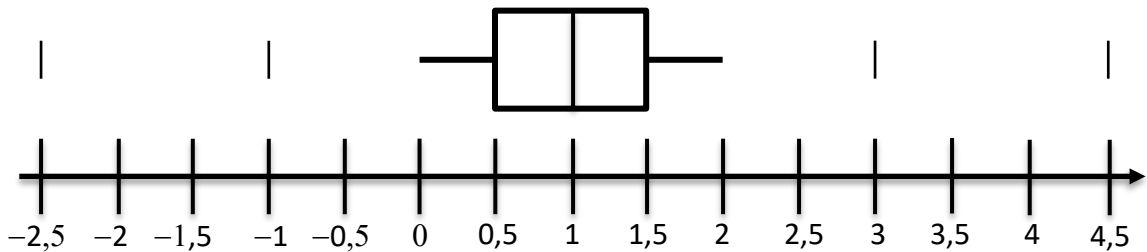
$$F_X(x) = \begin{cases} 0 & x < a \\ \frac{x-a}{b-a} & a \leq x \leq b \\ 1 & x > b \end{cases}$$



b) $E(X) = \frac{a+b}{2}$

c) $V(X) = \frac{(b-a)^2}{12}$

d) Diagrama con bigotes recortados:



Ej.II.

b) $E(X) = \frac{1}{\alpha}$

$V(X) = \frac{1}{\alpha^2}$

$\tilde{x} = \frac{\ln 2}{\alpha}$

d) $1 - e^{-1} \cong 0,3679$

e) i) 0,4512; ii) 0,4135; iii) 0,1353

Ej.III. b) 0,4460

Ej.IV. a) $\tilde{x} = a + \sqrt{1,3863} b$; b) $F_X(a+b) = 1 - e^{-\frac{1}{2}} \cong 0,3935$

Ej.V.

b) $F_X(x) = \int_{-\infty}^x f_X(w)dw = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{w-\mu}{\sigma}\right)^2} dw$ con $x \in \mathbf{R}, \mu \in \mathbf{R}, \sigma \in \mathbf{R}_{>0}$

c) $f_Z(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}z^2}$; $F_Z(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^z e^{-\frac{1}{2}w^2} dw$ con $z \in \mathbf{R}, \mu \in \mathbf{R}, \sigma \in \mathbf{R}_{>0}$

d) $Z = \frac{X-\mu}{\sigma} = \frac{1}{\sigma}X - \frac{\mu}{\sigma}$

e) $P(\mu - a\sigma < X < \mu + a\sigma) = \Phi(a) - \Phi(-a) = 2\Phi(a) - 1$