

## Trabajo Práctico 3. Variable aleatoria discreta

**Ejercicio 1. Regla de asignación.**

- a) En un laboratorio de pruebas la temperatura varía aleatoriamente a lo largo del día entre 20°C y 25°C. Cierta tipo de ensayo necesita mayor precisión en el control de la temperatura de modo que se usa un termostato auxiliar que sólo cuenta con tres posiciones: 1 representa “usar la calefacción auxiliar por debajo de 21.8°C”, 2 representa “zona inactiva o muerta del equipo auxiliar”, y 3 representa “usar el aire acondicionado auxiliar por encima de los 23.2°C”. Dibujar un espacio muestral para este problema mostrando la aplicación necesaria para definir una variable aleatoria  $X$  que indique la configuración del termostato auxiliar.
- b) Una tensión aleatoria, medida en volt, puede tomar cualquier valor dentro del conjunto  $T = \{a \leq t \leq b\}$ . Un cuantificador divide  $T$  en 6 subconjuntos contiguos del mismo tamaño y genera una variable aleatoria de tensión  $X$  cuantificada que toma los valores  $\{-4, -2, 0, 2, 4, 6\}$ . Cada valor de  $X$  es igual al punto medio del subconjunto de  $T$  correspondiente. Esquematizar en forma gráfica sobre  $T$  la regla de asignación que define la variable aleatoria  $X$ , y hallar los valores de  $a$  y de  $b$ .

**Ejercicio 2.** Sea  $X$  la variable aleatoria que indica el número de neumáticos de un automóvil, seleccionado al azar, que tengan baja la presión. El recorrido de  $X$  es  $R_X = \{0, 1, 2, 3, 4\}$ .

- a) ¿Cuál de las siguientes cuatro funciones  $p(x)$ , corresponde a una verdadera **función de probabilidad puntual** o **distribución de probabilidad** para  $X$ , y por qué no lo son las restantes?

$x$	0	1	2	3	4
$p(x)$	0,30	0,20	0,10	0,05	0,05

$x$	0	1	2	3	4
$p(x)$	0,40	0,10	0,10	0,10	0,30

$x$	0	1	2	3	4
$p(x)$	0,40	0,10	0,20	0,10	0,30

$x$	0	1	2	3	4
$p(x)$	0,30	0,40	0,40	-0,10	0,00

- b) Considerando la función de probabilidad puntual válida del ejercicio anterior, expresar lo pedido en términos de condiciones que debe satisfacer  $X$  y hallar:
- La probabilidad de que el auto seleccionado tenga a los sumo 2 neumáticos con la presión baja.
  - La probabilidad de que el auto tenga en condiciones de presión adecuada por lo menos tres neumáticos.
  - El porcentaje de autos que tienen más de 2 neumáticos con la presión baja.
- c) Si  $p(x) = P(X=x) = c(5-x)$  para  $x=0, 1, 2, 3, 4$ , ¿cuál es el valor de  $c$ ? Graficar la distribución de probabilidad de  $X$ . Definir y graficar la **función de distribución acumulativa**  $F_X(x) = P(X \leq x)$ ,  $x \in \mathbf{R}$ .

**Ejercicio 3. Números combinatorios y variable aleatoria.** En una empresa donde se produce una vacante laboral se presentan 10 candidatos, de los cuales 6 son mujeres y los restantes hombres. Puede entrevistarse solamente a 3 de ellos, al azar, para una entrevista final. Si  $X$  es la variable aleatoria que indica el número de candidatos mujeres entre los tres finalistas, determinar su función de probabilidad puntual. Presentar las probabilidades correspondientes a cada valor de  $X$  en una tabla.

**Ejercicio 4.** Un taller de servicio para automóviles que se especializa en afinaciones sabe que el 45% de éstas se efectúa en automóviles de cuatro cilindros, el 40% en automóviles de seis cilindros y el 15% en automóviles de ocho cilindros. Sea  $X$  la variable aleatoria que indica el número de cilindros del siguiente automóvil que se va a afinar.

- Hallar la función de probabilidad puntual de  $X$  y graficarla.
- Determinar el valor esperado o media y la varianza de la variable aleatoria  $X$ , definidos por  $E(X) = \mu_X = \sum_{x \in R_X} xp(x)$  y  $V(X) = \sigma_X^2 = E\{[X - E(X)]^2\}$ , respectivamente.

**Ejercicio 5.** La probabilidad de falla de un cierto tipo de componentes electrónicos es de 0,10. Una compañía produce con ellos dos tipos de circuitos, denominados I y II respectivamente. El circuito tipo I consiste en un paralelo de dos componentes. El circuito tipo II está armado con una serie de dos componentes. De la producción total se elige un circuito de cada tipo. Sea  $X$  la variable aleatoria que indica el número de circuitos que funciona cuando se prueban ambos. Definir la distribución de probabilidad de  $X$ , hallar la función de probabilidad acumulada y representar ambas funciones en forma gráfica. Hallar el valor esperado de  $X$ .

**Ejercicio 6.** Una máquina puede tener un cierto número de fallas por día no superior a 3. La tabla de la función de probabilidad puntual de la variable aleatoria  $X$  definida como el número de fallas diarias es la siguiente:

$x$	0	1	2	3
$p(x)$				0,2

Completar la tabla sabiendo que  $P(X \leq 1) = 0,5$  y  $E(X) = 1,3$ .

**Ejercicio 7.** Una organización de consumidores que evalúa automóviles nuevos reporta regularmente el número de defectos importantes en cada automóvil examinado. Sea  $X$  el número de defectos importantes en un automóvil seleccionado al azar de un cierto tipo y  $F_X(x)$  la función de distribución acumulativa correspondiente.

- Calcular las siguientes probabilidades directamente de la función dada:  $p(2) = P(X=2)$ ,  $P(X > 3)$ ,  $P(2 \leq X \leq 5)$ ,  $P(2 < X < 5)$ .
- Hallar y graficar la distribución de probabilidad de  $X$ .
- ¿Cuál es el número de defectos importantes que se espera al examinar un automóvil, seleccionado al azar, del tipo considerado en este problema?

$$F_X(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ 0,06 & 0 \leq x < 1 \\ 0,19 & 1 \leq x < 2 \\ 0,39 & 2 \leq x < 3 \\ 0,67 & 3 \leq x < 4 \\ 0,92 & 4 \leq x < 5 \\ 0,97 & 5 \leq x < 6 \\ 1 & 6 \leq x \end{cases}$$

**Ejercicio 8.** Un fabricante de controladoras de discos rígidos somete cada unidad a una prueba rigurosa. De las controladoras recién ensambladas, el 84% pasa la prueba sin ninguna modificación. Las que fallan en la prueba inicial son reelaboradas; de éstas, el 75% pasa una segunda prueba. Aquellas controladoras que fallan en la segunda prueba se rehacen por segunda ocasión y se vuelven a probar. El 90% de ellas pasan la prueba y el resto se desarman. Se define  $X$  como la variable aleatoria que corresponde al número de veces que debe procesarse una controladora seleccionada al azar.

- Especificar el recorrido de  $X$  y calcular la distribución de probabilidad.
- Encontrar el valor esperado de  $X$ .
- ¿Qué porcentaje de controladoras se desarman?

**Ejercicio 9. Una más de dados.** Se arroja un dado equilibrado. Si el resultado obtenido es 4, 5 ó 6, se anota lo obtenido. En caso contrario, se tira una vez más y se anota la suma de los resultados obtenidos. ¿Cuál es la probabilidad de que la anotación resultante, variable aleatoria  $X$ , sea al menos 6? Si  $X \geq 5$ , ¿cuál es la probabilidad de que se haya tirado el dado dos veces?

**Ejercicio 10.** Sea  $X$  una variable aleatoria discreta con un conjunto de posibles valores

$$R_X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$$

con función de probabilidad puntual  $p(x)$ .

- Evaluar  $E[(X-c)^2]$  en términos de  $E(X)$  y  $V(X)$  y hallar el valor de la constante  $c$  que minimiza la expresión.
- Sea  $Y = aX + b$  una nueva variable aleatoria discreta. Demostrar que su valor esperado es

$$E(Y) = E(ax + b) = aE(x) + b,$$

y que su varianza es

$$V(Y) = V(ax + b) = a^2V(x).$$

- Utilizar los resultados anteriores en la siguiente situación. La calificación promedio en un examen de ingreso fue de 62,5 (puntaje máximo 100) con un desvío estándar de 10. Las autoridades sospechan que el examen fue difícil. De acuerdo con lo anterior, desean ajustar las calificaciones de manera que el promedio sea 70 y el desvío estándar sea de 8. Si  $X$  es la variable aleatoria que indica la calificación del examen, ¿qué ajuste del tipo  $aX + b$  con  $a > 0$  deben utilizar?
- Escribir las expresiones generales para el valor esperado y la varianza de variable aleatoria  $Y$  definida a partir de una función  $h(X)$  de la variable aleatoria  $X$ , esto es

$$E[h(X)] = \mu_{h(x)}, V[h(X)] = \sigma_{h(x)}^2$$

**Ejercicio 11. Maximizar la utilidad en condiciones de incertidumbre.** Suponiendo que la demanda diaria de un artículo es una variable aleatoria  $X$  que puede tomar todos los valores naturales del 1 al 4 (ambos incluidos) tiene una función de distribución definida por

$$p(x) = \frac{C}{x!} 2^x, x \in R_X.$$

- Calcular el valor de la constante  $C$ .
- Hallar el valor esperado y el desvío estándar de la demanda.
- El fabricante produce diariamente  $k$  de dichos artículos. La utilidad de venta por artículo es  $5a$  ( $a$ : unidad monetaria) y si un artículo no se vende produce una pérdida de  $3a$ . Obtener la función de distribución de probabilidad de la utilidad neta diaria para los distintos valores de  $k$  (1;2;3;4;5;6,...) y elegir el valor de  $k$  que maximiza la utilidad esperada.
- Discutir si el resultado del ítem anterior se mantendría si es que se considerara una multa por demanda no satisfecha, esto es si se establece una disminución de la ganancia por artículo que fue demandado y el fabricante no tenía.

**Ejercicio 12. Distribución Binomial.** De una producción donde el 2% de los artículos son defectuosos se extraen con reposición 5 de ellos y se analiza su calidad. Sea  $X$  la variable aleatoria que corresponde al número de artículos defectuosos entre los 5 extraídos.

- ¿A qué tipo de distribución de probabilidad responde  $X$ ? Justificar la respuesta.
- Calcular la probabilidad de que sean defectuosos: i) exactamente dos de los artículos extraídos; ii) menos de dos; iii) más de dos; iv) por lo menos uno.
- Si el experimento aleatorio se hace sin reposición, ¿bajo qué condiciones seguirían siendo válidos los resultados anteriores?

**Ejercicio 13.** Una planta se ocupa de la fabricación de artefactos electrónicos. En un determinado artículo, su funcionalidad depende de una plaqueta que posee, por placa, 25 soldaduras. Como las mismas se realizan automáticamente por medio de una máquina y se detectó que una de cada 500 soldaduras falla. Si se tiene que remitir una entrega de 10000 artefactos de este tipo, ¿cuál será la cantidad de elementos que se espera que fallen para atender su reclamo?

**Ejercicio 14.** Se espera que las naves espaciales aterricen en una zona de emergencia establecida el 80% de las veces. En un período de tiempo aterrizan seis naves espaciales. El programa de aterrizaje es satisfactorio si la probabilidad de que tres o más de las seis naves espaciales aterricen

en la zona de emergencia establecida es igual a 0.9 o mayor. ¿Es satisfactorio el programa? Resolver definiendo una variable aleatoria adecuada.

**Ejercicio 15. Control de motores.** Los motores de una producción se someten a dos controles independientes  $A$  y  $B$ . Por experiencias previas: el 1% de los motores falla en la prueba  $A$  y el 2% en la prueba  $B$ . Si un motor falla en por lo menos uno de los dos controles, no aprueba el proceso de control.

- a) Calcular la probabilidad de que un motor extraído al azar no apruebe el proceso.
- b) Si se seleccionan al azar 20 motores, calcular la probabilidad de que
  - i. todos los motores aprueben el proceso;
  - ii. por lo menos el 10% de los motores de la muestra no aprueben el proceso.

**Ejercicio 16. Un problema de mezclas.** En una línea de producción la máquina 1 produce (diariamente) el doble de artículos que la máquina 2. Cerca del 4% de los artículos de la máquina 1 son defectuosos mientras que la máquina 2 produce solo alrededor del 2% de defectuosos. Se combina la producción diaria de las dos máquinas. Se toma una muestra aleatoria de 50 artículos de la producción combinada. ¿Cuál es el número esperado de defectuosos en la misma?

**Ejercicio 17.** Una proporción  $p$  de un gran número de artículos en un lote es defectuosa. Se extrae una muestra de  $m$  artículos y si ésta no contiene ítems defectuosos el lote es aceptado, en tanto que si contiene más de dos ítems defectuosos el lote es rechazado. Si la muestra contiene uno o dos artículos defectuosos, se extrae una muestra independiente de tamaño  $m$  y si el número combinado de defectuosos en las dos muestras no excede de dos, el lote es aceptado. Calcular la probabilidad de aceptar este lote.

**Ejercicio 18. Distribución Poisson.** Sea la experiencia de escribir en un disco de computadora y luego enviar el escrito por un certificador que cuenta el número de pulsos faltantes. Suponer que este número, denotado por  $X$ , es una variable aleatoria discreta con distribución Poisson de parámetro  $\lambda=0.2$ , según lo sugerido en el artículo "*Average Sample Number for SemiCurtailed Sampling Using the Poisson Distribution*", *J. Quality Technology*, 1983, pp. 126-129.

- a) Graficar las funciones de probabilidad puntual de  $X$  y de distribución acumulativa de  $X$ .
- b) ¿Cuál es la probabilidad de que un disco tenga a lo sumo dos pulsos faltantes?
- c) ¿Cuál es la probabilidad de que un disco tenga al menos dos pulsos faltantes?
- d) Si dos discos se seleccionan independientemente, ¿cuál es la probabilidad de que ninguno contenga pulsos faltantes?

**Ejercicio 19.** Se sabe que durante ciertas horas las llamadas telefónicas a una central están distribuidas al azar según un proceso Poisson, con un promedio de 4 llamadas por minuto. Hallar la probabilidad de que

- a) transcurran dos minutos sin llamadas;
- b) en un minuto haya por lo menos dos llamadas; y,
- c) en tres minutos se produzcan 10 llamadas.

**Ejercicio 20.** El número de buques tanque que llegan de cada día a cierta refinería tiene una distribución Poisson de parámetro  $\lambda=2$  (o sea un promedio de dos barcos por día). Las actuales instalaciones portuarias pueden atender a tres buques al día como máximo. Si más de tres buques llegan en un día, los que exceden de tres deben enviarse a otros puertos.

- a) Un día determinado, ¿cuál es la probabilidad de tener que enviar buques tanque a otros puertos?
- b) ¿Qué número de buques tendría que poder atender el puerto al día como máximo para que la probabilidad de atención sea mayor que 0,9?

**Ejercicio 21.** En cierto cruce peligroso de rutas el número de accidentes que se producen puede identificarse con una variable aleatoria que sólo depende de las condiciones climatológicas de ese día. En los días lluviosos tiene una distribución Poisson de promedio tres accidentes diarios, y, en

las jornadas que no llueve, tiene una distribución Poisson de promedio un accidente diario. Los registros meteorológicos del lugar indican que si un día llueve al día siguiente no llueve, y, si un día no llueve hay una probabilidad  $1/3$  de que llueva al día siguiente. En ese lugar, hoy ha sido un día sin lluvia. ¿Cuál es la probabilidad de que el número de accidentes de pasado mañana no supere a 1?

**Ejercicio 22.** Sea  $X$  la variable aleatoria que representa el número de fracasos que ocurren antes de que se presente el primer éxito en repeticiones sucesivas e independientes de un experimento con sólo dos resultados posibles, éxito y fracaso. Sea  $p$ ,  $0 < p < 1$ , la probabilidad de obtener un éxito.

- Indicar el recorrido,  $R_X$ , y la función de probabilidad puntual de  $X$ .
- ¿Cuál es el número esperado de repeticiones? ¿Cuál es la varianza de  $X$ ? Consultar en el Apéndice II de esta guía de trabajos prácticos acerca de distribuciones especiales y ubicar el modelo que le corresponde a este ejercicio.
- Proponer un ejemplo concreto que responda a esta distribución.

**Ejercicio 23.** Los famosos ajedrecistas Bobby Fisher (1943-2008, estadounidense) y Boris Spassky (1937- , soviético nacionalizado francés) juegan un campeonato de ajedrez a muerte súbita donde el primer jugador que gana una partida gana el campeonato. Cada juego es ganado por Fischer con una probabilidad  $p$ , por Spassky con probabilidad  $q$ , y es tabla (empate) con probabilidad  $1-p-q$ .

- ¿Cuál es la probabilidad de que Fischer gane el campeonato?
- ¿Cuál es la función de probabilidad puntual de la variable aleatoria  $X$  que corresponde a la duración del campeonato medido en número de partidas jugadas? ¿A qué tipo distribución responde?
- Averiguar cuál es la expresión del valor esperado y la varianza del modelo de variable aleatoria adecuado e indicar las expresiones de  $E(X)$  y  $V(X)$  en este problema.

## Misceláneos.

**Ejercicio I.** Sea  $X$  una variable aleatoria con distribución binomial de parámetros  $n$  y  $p$ , esto es  $X \sim Bin(n, p)$ , donde  $n$  indica el número de repeticiones del experimento asociado y  $p$  la probabilidad de éxito en cada intento. Sea la función de probabilidad puntual denotada por

$$p(X = x) = b(x; n, p) \text{ con } x = 0, 1, 2, \dots, n,$$

y la función de distribución acumulada por  $P(X \leq x) = B(x; n, p) = \sum_{k=0}^x b(k; n, p)$ ,  $x = 0, 1, 2, \dots, n$ .

- Interpretar la igualdad  $b(x; n, 1-p) = b(n-x; n, p)$ , y demostrarla.
- Interpretar la igualdad  $B(x; n, 1-p) = 1 - B(n-x-1; n, p)$ . Sugerencia: tener en cuenta que a lo sumo  $x$  éxitos es equivalente a por lo menos  $(n-x)$  fracasos.
- Verificar la validez de la siguiente relación de recurrencia:

$$b(x+1; n, p) = \frac{(n-x)p}{(x+1)(1-p)} b(x; n, p) \text{ para } x = 0, 1, \dots, n-1.$$

**Ejercicio II. Inspección por etapas.** Un inspector de control de calidad está inspeccionando artículos recientemente producidos para buscar defectos. El inspector revisa un artículo en una serie de etapas independientes, cada una con duración fija. Sea  $p$  la probabilidad de detectar una falla en un artículo defectuoso en cualquiera de estas etapas. En este modelo se supone que la probabilidad de que se declare la presencia de una falla cuando en realidad esta no existe es nula.

- Si un artículo tiene una falla, ¿cuál es la probabilidad de que sea detectada a lo sumo al final de la segunda etapa (una vez detectada una falla, termina la secuencia de etapas)?
- Dar una expresión para la probabilidad de que una falla sea detectada al final de la  $n$ -ésima etapa. Para ello definir una variable aleatoria  $X$  que indique el número de etapa al final de la cuál es detectada la falla. ¿Qué tipo de variable es  $X$  y cuál es su recorrido?

- c) Si el artículo pasa la inspección cuando no ha sido detectada ninguna falla en tres etapas, ¿cuál es la probabilidad de que un artículo defectuoso pase la inspección?
- d) Sea una producción donde el 10% de todos los artículos tiene una falla. Con la suposición de la parte c), ¿cuál es la probabilidad de que un artículo seleccionado al azar pase la inspección (automáticamente pasará si no tiene falla pero podría pasar si la tiene)?
- e) Dado que un artículo ha pasado la inspección (sin fallas en tres etapas), ¿cuál es la probabilidad de que en realidad tenga falla? Calcular numéricamente esta respuesta para  $p=0.6$ .
- f) ¿Cuáles de las respuestas anteriores se modifican si fuera no nula la probabilidad de que en una etapa se declare la presencia de una falla aunque el artículo no la tenga?

### Ejercicio III. ¿Binomial o Poisson?

- a) Un dispositivo está compuesto de un gran número de elementos que trabajan independientemente con pequeña probabilidad de falla de cada elemento, la misma para todos, durante un intervalo de tiempo  $\Delta t$ . Hallar el promedio de elementos que fallan en el intervalo  $\Delta t$ , si la probabilidad de que en ese tiempo falle por lo menos un elemento es igual a 0,98.
- b) Mediante estudios recientes se ha determinado que la probabilidad de morir por causa de cierta vacuna contra la gripe es de 0,00003. Si se administra la vacuna a 100000 personas y se supone que éstos constituyen un conjunto independientes de ensayos, ¿cuál es la probabilidad de que mueran no más de dos personas a causa de la vacuna?
- c) Una batería de artillería dispara a un blanco y se sabe que la probabilidad de acertar es  $p=0,01$ . ¿Cuántos disparos tendrá que realizar para tener probabilidad mayor a 0,90 de dar en el blanco por lo menos una vez? Resolver usando distribuciones Binomial y Poisson.

Observación: En el apéndice III de esta guía de trabajos prácticos se presenta como usar el programa Excel para realizar cálculos con estas distribuciones.

**Ejercicio IV. Binomial y Poisson.** Los camiones para el transporte de troncos tienen problemas con los neumáticos debido a pinchaduras y cortes. Estos vehículos se conducen a gran velocidad sobre caminos de tierra sinuosos. Se supone que tales desperfectos suceden conforme a una distribución Poisson a una tasa media de 4 por cada 10000 km. Cada camión recorre 1000 km en una semana, y viaja 4 semanas en un mes.

- a) ¿Cuál es la probabilidad de que los neumáticos de un camión sufran como mínimo tres averías en una semana?
- b) Si un camión registra averías en sus neumáticos en a lo sumo una de las 4 semanas del mes, el conductor recibe un plus en su sueldo. ¿Cuál es la probabilidad de recibir dicho plus?

**Ejercicio V.** Sea  $X$  una variable aleatoria con distribución Poisson de parámetro  $\lambda$ ,  $X \sim P(\lambda)$ . Demostrar la validez de la siguiente relación de recurrencia

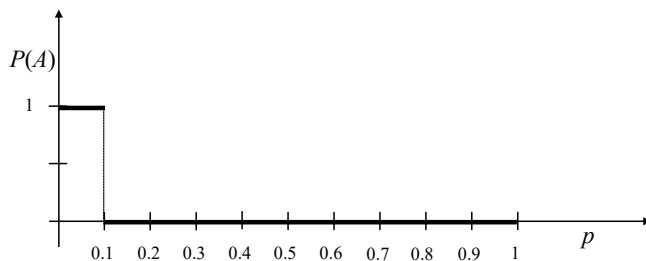
$$P(X = k + 1) = \frac{\lambda}{k + 1} P(X = k) \quad k = 0, 1, 2, \dots$$

**Ejercicio VI.** Se lanza una serie de cohetes hasta que el primer lanzamiento exitoso tiene lugar. Si esto no ocurre en 5 ensayos, el experimento se detiene y se inspecciona el equipo. Se supone que hay una probabilidad constante de 0.80 de tener un lanzamiento exitoso y que los ensayos sucesivos son independientes en su funcionamiento. Además, el costo del primer lanzamiento es  $a$  unidades monetarias mientras que los lanzamientos que siguen cuentan  $a/3$  unidades monetarias. Cada vez que hay un lanzamiento exitoso, se obtiene cierta cantidad de información que puede expresarse como una ganancia financiera  $c$  unidades monetarias. Si  $T$  es el costo neto del experimento medido en unidades monetarias, encontrar la distribución de probabilidades de  $T$ . Resolver con los valores:  $a=\$300$ ;  $c=\$200$ .

### **Problema para lectura y comprensión**

**Plan de aceptación de un lote.** Un lote muy grande de componentes ha llegado a un distribuidor. El lote se puede clasificar como aceptable sólo si la proporción de componentes defectuosos es a lo sumo 0.10, sólo que no es posible probar todas las componentes y debe proponerse una alternativa de inspección para aceptación del lote. Así, el distribuidor determina seleccionar al azar 10 componentes y aceptar el lote sólo si el número de componentes defectuosas en la muestra es a lo sumo 2.

- ¿Cuál es la probabilidad de que el lote sea aceptado cuando la proporción real de piezas defectuosas es 0,01? ¿0,05? ¿0,10? ¿0,20? ¿0,25?
- Sea  $p$  la proporción real de piezas defectuosas del lote. Se llama *curva característica de operación* para el plan de muestreo de aceptación del lote, al gráfico de la probabilidad  $P(\text{lote sea aceptado})$  en función de  $p$ , esto es  $p$  en el eje horizontal y  $P(\text{lote sea aceptado})$  en el eje vertical. Utilizar los resultados de la parte a) para trazar esta curva para  $0 \leq p \leq 1$ .
- Repetir las partes a) y b) con "1" sustituyendo a "2" en el plan de muestreo de aceptación del lote.
- Repetir las partes a) y b) con "15" sustituyendo en a) 10 en el plan de muestreo de aceptación del lote presentado en a).
- De acuerdo al enunciado una *curva característica de operación ideal* debiera tener la siguiente forma



Probabilidad de aceptación del lote en función de  $p$

¿Cuál de los tres planes de muestreo, el de la parte a), c) o d), parece más satisfactorio, y por qué? Mencionar alguna posible desventaja de dicho plan frente a los otros; considerar para ello que en esta transacción hay dos actores, el vendedor y el comprador del lote.

### Resumen de la resolución.

Éxito: el artículo seleccionado resulta defectuoso.

$X$ : v. a. correspondiente al número de artículos defectuosos en la muestra de tamaño  $n=10$ .

$X \sim \text{Bi}(n=10; p)$ , modelo válido pues se extrae una muestra “pequeña” de un lote “grande”.

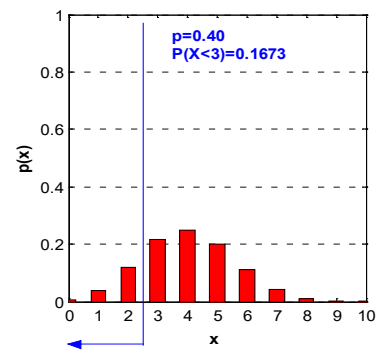
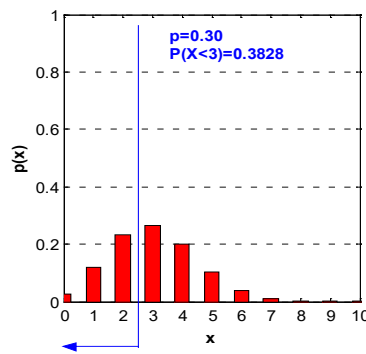
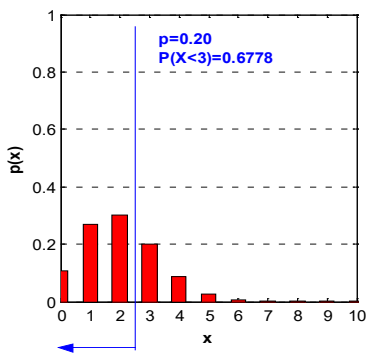
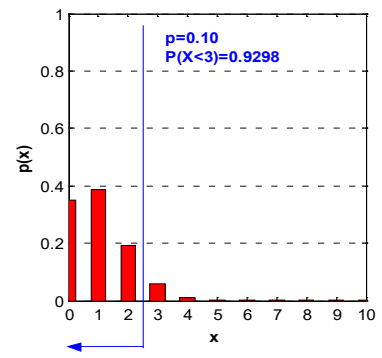
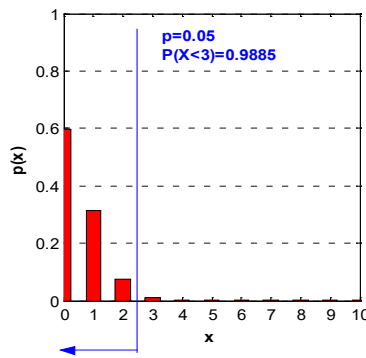
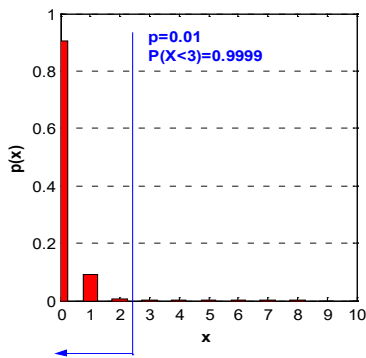
$$P(X = x) = \binom{10}{x} p^x (1-p)^{n-x} \quad R_X = \{0;1;2;3;4;5;6;7;8;9;10\}$$

Función de probabilidad puntal,  $P(X=x)=p(x)$ , para distintos valores de  $p$

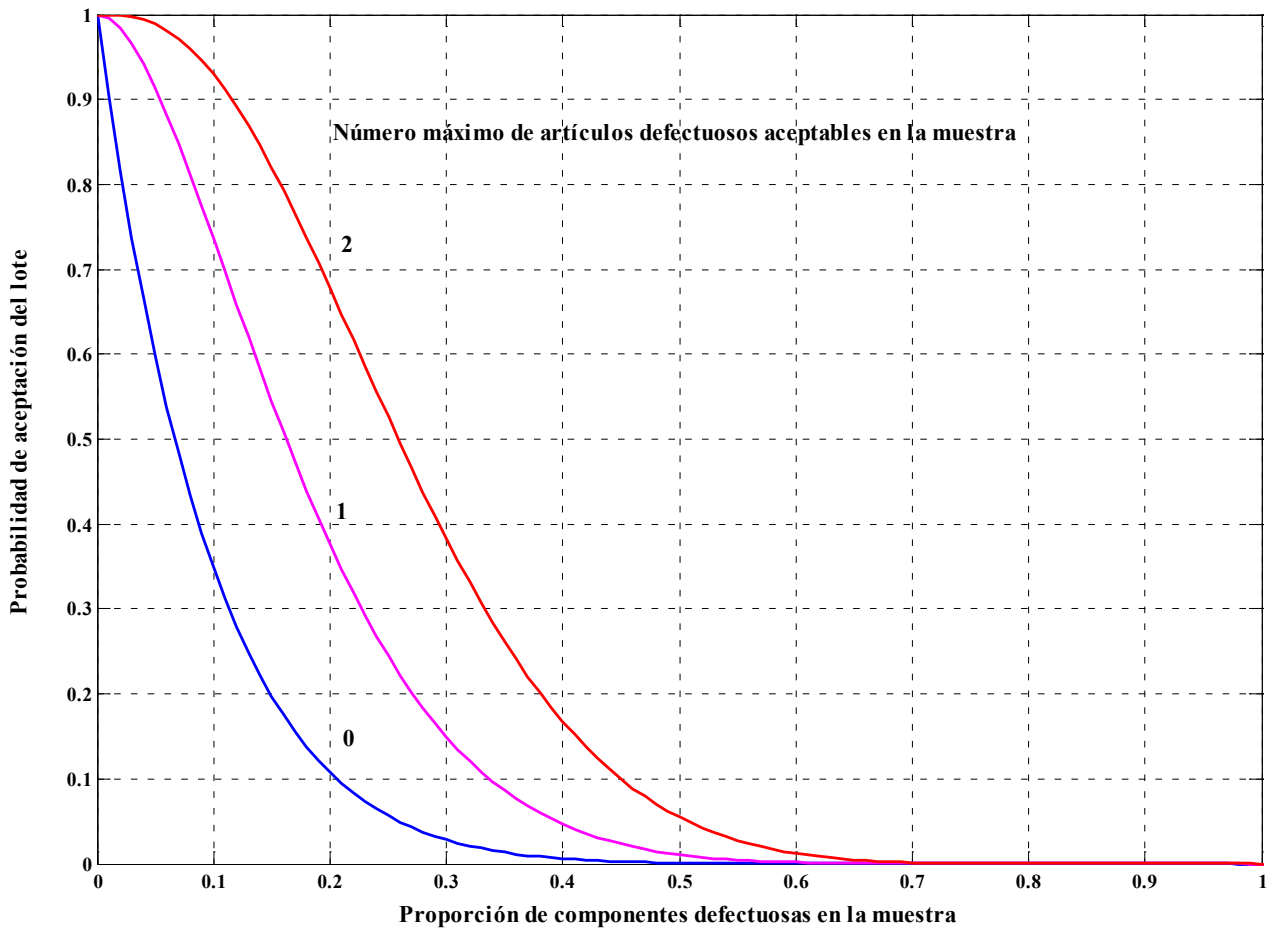
	$p=0.01$ $p(x)$	$p=0.05$ $p(x)$	$p=0.10$ $p(x)$	$p=0.20$ $p(x)$	$p=0.30$ $p(x)$	$p=0.40$ $p(x)$	$p=0.50$ $p(x)$
$x=0$	0.9044	0.5987	0.3487	0.1074	0.0282	0.0060	0.0010
$x=1$	0.0914	0.3151	0.3874	0.2684	0.1211	0.0403	0.0098
$x=2$	0.0042	0.0746	0.1937	0.3020	0.2335	0.1209	0.0439
$x=3$	0.0001	0.0105	0.0574	0.2013	0.2668	0.2150	0.1172
$x=4$	0.0000	0.0010	0.0112	0.0881	0.2001	0.2508	0.2051
$x=5$	0.0000	0.0001	0.0015	0.0264	0.1029	0.2007	0.2461
$x=6$	0.0000	0.0000	0.0001	0.0055	0.0368	0.1115	0.2051
$x=7$	0.0000	0.0000	0.0000	0.0008	0.0090	0.0425	0.1172
$x=8$	0.0000	0.0000	0.0000	0.0001	0.0014	0.0106	0.0439
$x=9$	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0001	0.0016	0.0098
$x=10$	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0001	0.0010

Criterio de aceptación del lote: hasta dos defectuosos en la muestra de 10 artículos

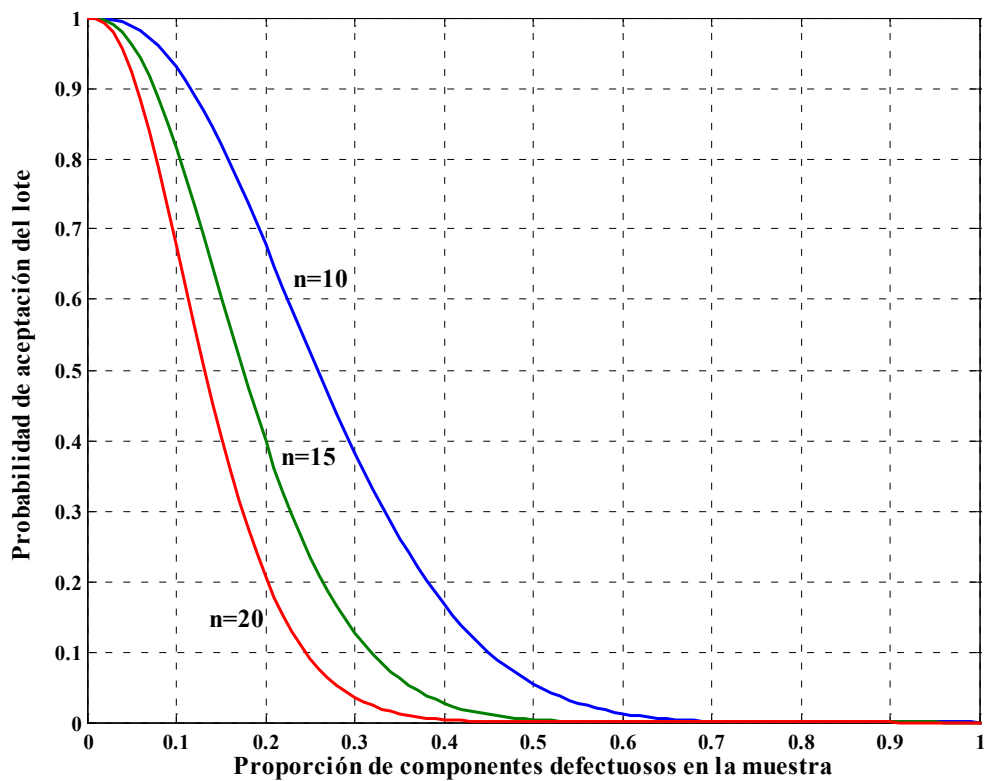
$p(X \leq 2)$	$p=0.01$	$p=0.05$	$p=0.10$	$p=0.20$	$p=0.30$	$p=0.40$	$p=0.50$
	0.9999	0.9885	0.9298	0.6778	0.3828	0.1673	0.0547







Curva característica de operación, muestra de  $n=10$  para distinto  $n^\circ$  máximo de artículos defectuosos aceptables



Curvas características de operación para muestras de distinto tamaño  $n$ .  
Criterio de aceptación a lo sumo dos artículos defectuosos