

Respuestas Trabajo Práctico 4. Variable aleatoria continua

Ej.1.

	$k$	$F_X(x)$	$E(X)$	$\tilde{x}$	$V(X)$
<b>a</b>	$\frac{3}{64}$	$\begin{cases} 0 & x < 0 \\ \frac{1}{64}x^3 & 0 \leq x \leq 4 \\ 1 & x > 4 \end{cases}$	3	$\sqrt[3]{32} \cong 3,1748$	$\frac{3}{5}$
<b>b</b>	$\frac{1}{6}$	$\begin{cases} 0 & x < 0 \\ \frac{1}{6}(x+x^2) & 0 \leq x \leq 2 \\ 1 & x > 2 \end{cases}$	$\frac{11}{9}$	$\frac{-1+\sqrt{13}}{2} \cong 1,3028$	$\frac{23}{81}$
<b>c</b>	5	$\begin{cases} 1-e^{-5x} & x \geq 0 \\ 0 & x < 0 \end{cases}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{\ln 2}{5}$	$\frac{1}{25}$
<b>d</b>	$\frac{\ln 13}{3} \cong 0,8550$	$\begin{cases} 0 & x < 0 \\ \frac{1}{12}(e^{3x}-1) & 0 \leq x \leq \frac{\ln 13}{3} \\ 1 & x > \frac{\ln 13}{3} \end{cases}$	$\cong 0,5927$	$\cong 1,9459$	$\cong 0,0451$

Ej.2.

<p><b>a)</b> <math>f_X(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}e^{-\frac{x}{2}} &amp; x \geq 0 \\ 0 &amp; x &lt; 0 \end{cases}</math></p>	<p><b>b)</b> <math>f_X(x) = \begin{cases} \frac{\pi}{4} \cos\left[\frac{\pi}{2}(x-1)\right] &amp; 0 \leq x \leq 2 \\ 0 &amp; \text{en otro caso} \end{cases}</math></p>
<p><b>c)</b> <math>f_X(x) = \begin{cases} \frac{1}{a} &amp; a \leq x \leq 2a, a &gt; 0 \\ 0 &amp; \text{en otro caso} \end{cases}</math></p>	<p><b>d)</b> <math>f_X(x) = \begin{cases} 0,25 &amp; -2 \leq x &lt; 1 \\ 0,50 &amp; 1 \leq x &lt; 1,5 \\ 0 &amp; \text{en otro caso} \end{cases}</math></p>

**Ej.3.** **a)** Moda = 2/3; Mediana  $\cong 0,61427$ ; **b)**  $P(X > 0,5) = 1 - P(X \leq 5) = 1 - 0,3125 = 0,6825$ ; **c)**  $P(X > 0,5 / X > 0,3) = 0,7503$ ; **d)**  $Y \sim Bi(n = 4; p = 0,6875) \rightarrow P(Y = 1) = 0,08392$ .

**Ej.4.** **a)**  $k = -0,75$ ; **c)** 0; 0; 0,2; **d)** 0,5; **e)** 2109; **f)**  $-0,14^\circ$ . **Ej.5** \$ 13,5.

**Ej.6.** **a)**  $k = \frac{1}{b-a}$ ; **b)**  $E(X) = \frac{a+b}{2}$ ; **c)**  $V(X) = \frac{(b-a)^2}{12}$ .

**Ej.7.** **a)**  $\frac{38}{135} \cong 0,2815$  (corresponde a un 28,15%); **b)** 0,10.

**Ej.8.** **b)**  $E(X) = \frac{1}{\alpha}$ ;  $V(X) = \frac{1}{\alpha^2}$ ;  $\tilde{x} = \frac{\ln 2}{\alpha}$ ; **d)**  $1 - e^{-1} \cong 0,3679$ ; **e) i)** 0,4512; **ii)** 0,4135; **iii)** 0,1353.

**Ej.10.** **a)** 0,000128; **b)** 0,01193; **c)** 0,0125.

**Ej.11.** **a)** 51,29 hs.; **b)**  $0,9048^5 = 0,6064$ ;  $0,3679^5 = 0,0067$ ; **c)**  $Y \sim Bi(n = 5; p = 0,3679) \rightarrow P(Y \geq 3) = 0,2636$ .

**Ej.12** **a)**  $\frac{c}{\alpha}$ ; **b)**  $c\alpha \left[ \frac{1}{\alpha^2} - \frac{1}{2(b+\alpha)^2} \right]$ .

**Ej.13.** a)  $\tilde{x} = a + 1,3863b$ ; b)  $F_X(a+b) = 1 - e^{-1/2} \cong 0,3935$ .

**Ej.14.** a)  $P(X < 1) \cong 0$ ;  $P(X > 52) = 0,9916$ ;  $P(X > 26 / X > 20) = 0,9991$ ;  
b)  $P(100 < X < 200) = 0,4712$ ; c) 7,434; d) 48,68%.

**Ej.16.**  $Z \sim N(0;1^2)$ ; a) i) 0,8413; ii) 0,1587; iii) 0,0582; iv) 0,6247.

b) i)  $c = 2,326$ ; ii)  $c \cong 0,66$ ; iii)  $c \cong 0,69$ .

c)

Percentil	90,00	95,00	97,50	99,00	99,50	99,90	99,95
$\alpha$ (área de cola derecha)	0,100	0,050	0,025	0,010	0,005	0,001	0,0005
$z_\alpha = 100(1 - \alpha)$ avo percentil	1,282	1,645	1,960	2,326	2,576	3,090	3,300

**Ej.17.** 0,1587. **Ej.18** 0,3085. **Ej.19.** a) 0,9088; b) 0,000759; c) 0,0005838.

**Ej.20** Se considera fallada la unidad que esté fuera de especificación.

El valor crítico del costo es  $c = \$ 0,516$ . Si  $c < \$ 0,516$ , la ganancia esperada es mayor para los del tipo B; si  $c > \$ 0,516$ , para los tipo A.

**Ej.21.**  $\frac{1}{2} [1 - P(-1/\sigma_w < Z < 1/\sigma_w)] = 1 - \Phi(1/\sigma_w)$

**Ej.22.** a) 0,0668; ii) 0,9332; b) i) 0,9332; ii) 0,0668; c) 93,32%.

**Ej.23.** Aprox.79 artículos.

**Ej.24.** a) 0,5500; b) 0,2395; c) 0,0207; 0,99746.