P5

UTN-FRH

Algebra y Geometría Analítica
Recuperatorio Primer Parcial

Alumno: ....

e-mail:...

CALIF.

---

1. Dadas las rectas $r: \begin{cases} x = -1 + 3z \\ y = -5 + 2z \end{cases}$ y $s: \dfrac{x}{2} = \dfrac{y}{-3} = \dfrac{z}{k}$

~~¿Cómo hago si tengo otra variable en la recta?~~ ~~idem p/ punto 2 de P6~~

   (a) Hallar el valor de $k \in R$ para que las rectas dadas se corten en un punto. Dar las coordenadas de dicho punto.

   (b) Para el valor de k hallado en el item anterior, dar la ecuación general del plano que contiene a las rectas r y s.

2. Dados el punto A(2, 1, 4) y la recta $r: \begin{cases} x - 1 = z + 3 \\ y = 2 \end{cases}$

   (a) Hallar , en todas sus formas, la ecuacion del plano π que pasa por A y es perpendicular a la recta r.

   (b) Hallar el valor de β para que la recta r sea paralela al plano $(\beta + 1)x + 3y - 4z + 6 = 0$.

   (c) Calcular la distancia entre la recta r y A.

3. Dados en R^3 los vectores $\vec{a} = (5, 0, 1)$, $\vec{b} = (-1, 4, m)$ y $\vec{c} = (3, -2, 0)$.

   (a) Hallar $m \in R$ para que los vectores $\vec{a}$, $\vec{b}$ y $\vec{c}$ sean coplanares.

   (b) Hallar $m \in R$ para que el volúmen del paralelepípedo determinado por los vectores $\vec{a}$, $\vec{b}$ y $\vec{c}$ sea 10.

4. Dadas la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 2 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ y la matriz $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 2 & 0 & 1 \\ 3 & -2 & 1 \end{pmatrix}$

   (a) Hallar la matriz $X \in R^{3x3}$ tal que $B - X^{-1}.A = I$, donde I es la matriz identidad.

5. Sabiendo que $|M| = \begin{vmatrix} a & b & c \\ x & y & z \\ 1 & -1 & 2 \end{vmatrix} = 4$, calcular usando propiedades, el valor del determinante $\begin{vmatrix} a & 2x - a & 3 \\ b & 2y - b & -3 \\ c & 2z - c & 6 \end{vmatrix}$.

   (a) Enunciar las propiedades aplicadas en cada paso de la resolución.

   (b) Calcular el valor de $|2MM^t|$.

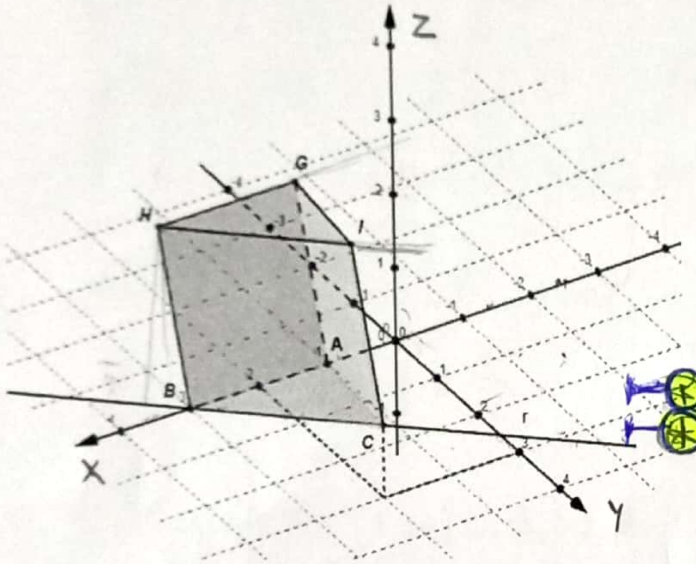
Primer Parcial de Álgebra y Geometría Analítica 2022

P4

Apellido/s, Nombre/s: ....

Ejercicio 1				Ejercicio 2	Ejercicio 3			Ejercicio 4		Calificación
a	b	c	d		a	b	c	a	b	

1) Dado el prisma *ABCIHG*, se conocen las coordenadas cartesianas de los puntos $C(2;3;1)$ e $I\left(2;\frac{5}{2};3\right)$, también que los puntos A y B pertenecen al eje x. Sea r la recta que determinan los puntos B y C. Se pide:



a) Las coordenadas cartesianas de los puntos que pertenezcan a la recta r y disten del origen de coordenadas 3 unidades de longitud. ¿La respuesta es única?

b) Dada la recta $s \equiv \mu(h;-1;1)+(2;3;5)\ \forall\mu \in \mathbf{R}$ calcular, si existe, el valor del parámetro h real de manera tal que las rectas r y s resulten coplanares. Para el valor de h hallado analizar si las rectas son paralelas o secantes, en caso de poseer intersección, dar las coordenadas cartesianas del punto.

c) El volumen del prisma.

d) Las ecuaciones generales de los planos que contienen a las caras triangulares del prisma. Calcular la distancia entre los mencionados planos.

2) Estudiar la posición relativa de la recta $t \equiv \begin{cases} \frac{2-x}{2} = \frac{z-1}{2} \\ y = 1 \end{cases}$ y el plano de ecuación general $\pi \equiv 2x + y = 1$. Si son secantes encontrar el punto de intersección; sin son paralelos, la distancia entre ellos.

3) Sea $A \in R^{3\times3} / a_{i,j} = \begin{cases} 1 & \text{si } i=j \vee (i-j)=-2 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$, $B = \begin{pmatrix} 8 & 9 & -1 \\ -1 & 0 & 0 \\ 5 & 2 & 0 \end{pmatrix}$ y $C \in R^{3\times3} / \det(2C) = 24$.

a) Contruir la matriz A. Calcular A^2, A^3 e inducir una hipótesis para A^n.

b) Calcular el $\det\left(A^3 \cdot B^T \cdot C\right)$.

c) ¿Es posible hallar $h \in R / (A\cdot B)^T = \begin{pmatrix} 13 & -1 & 5 \\ 2h+1 & 0 & 2 \\ h-6 & 0 & 0 \end{pmatrix}$? Si la respuesta es afirmativa, calcularlo. Caso contrario, justificar.

4) Indicar si cada una de las siguientes proposiciones es verdadera o falsa; si es verdadera demostrarla, si es falsa dar un contraejemplo.

a) Sean las matrices $A \epsilon R^{n\times n}$, $B \epsilon R^{n\times n}$ y $C \epsilon R^{n\times n}$. Si A es una matriz simétrica e involutiva de índice 2 ($A^2 = I$) y B es una matriz antisimétrica $\rightarrow (A\cdot B\cdot C^T)^T \cdot A + A\cdot B = (A-C)\cdot B$.

b) Sean los vectores $\vec{u}, \vec{v}$ y $\vec{w} \epsilon R^3$ tales que $\vec{u} \parallel \vec{v}$, $\vec{v} \perp \vec{w}$ y $\vec{u}$, $\vec{v}$ y $\vec{w}$ coplanares, entonces:

$$-2\vec{v}\times(\vec{u}\times\vec{w}) + 5(\vec{u}\times\vec{v}) + (\vec{u}.\vec{v}\times\vec{w})\vec{u} - 2(\vec{u}.\vec{v})\vec{w} = \vec{0}.$$