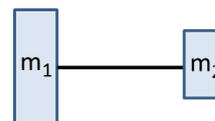


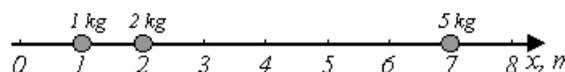
SISTEMAS DE PUNTOS MATERIALES

Centro de masa

134.- Alfred hace ejercicios con una mancuerna asimétrica. La masa grande es de 5 kg y la masa chica es de 3 kg. La varilla que une las masas mide 30 cm y tiene masa despreciable. Con respecto a la masa grande, determine la posición del centro de masa de la mancuerna. ¿Qué sucede si Alfred toma la mancuerna con la mano justo por ese punto? [11,25 cm]

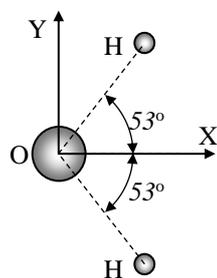


135.- Hallar la posición del CM de las tres masas puntuales indicadas en la figura. [$x_{CM} = 5 m$]



136.- Sabiendo que la distancia Tierra – Luna es de 60 radios terrestres ($R_T = 6,37 \cdot 10^6 m$) y que la relación de masas $m_T = 80 m_L$, obtener la posición aproximada del centro de masa del sistema Tierra – Luna, con respecto al centro de la Tierra. ¿La Luna, la Tierra o ambos cuerpos giran alrededor del CM? Explique. [$x_{CM} \cong 4720 km$]

137.- Una molécula de agua se compone de un átomo de oxígeno y dos de hidrógeno. El ángulo entre los dos enlaces es de 106° como se muestra en la figura. Si cada enlace tiene 0,1 nanómetro de largo, ¿dónde está el CM de la molécula? Considerar que la relación entre la masa de un átomo de oxígeno y la de uno de hidrógeno es igual a 16.



$$\vec{r}_{CM} = (6,67 \times 10^{-3}; 0) nm$$

138.- Obtenga el centro de masa del sistema de la figura (las masas se consideran puntuales). $m_1 = 8 Kg$; $m_2 = 4 Kg$;

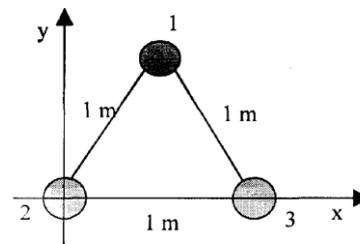
$m_3 = 5 Kg$.

Solución:

Como es un triángulo equilátero los 3 ángulos son de 60° y es fácil ver que las coordenadas de m_1 son $\vec{r}_{m_1} = (0,5; 0,866) m$ con lo que la posición del CM resulta:

$x_{CM} = \frac{\sum(m_i \times x_i)}{\sum m_i}$; $y_{CM} = \frac{\sum(m_i \times y_i)}{\sum m_i}$, de donde, reemplazando se obtiene:

$$x_{CM} = 0,53 m; \quad y_{CM} = 0,41 m$$



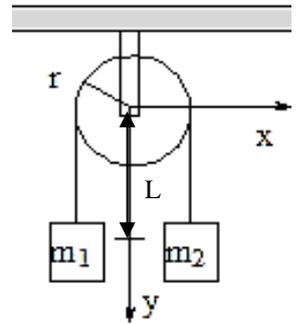
139.- Determinar el centro de masa de las partículas cuyas masas y coordenadas son: $m_1 = 2 kg$ (1;2;3), $m_2 = 1 kg$ (-2;1;0), $m_3 = 3 kg$ (-3;-2;-1), $m_4 = 2,5 kg$ (0;0;-2). [$\vec{r}_{CM} = (-1,06; -0,12; -0,24)$]

140.- Determinar el centro de masa de una chapa triangular de espesor constante y densidad homogénea igual a $6 g/cm^3$, cuyos lados miden 15 cm; 20 cm y 25 cm. El espesor de la chapa es de 2 cm. Nota: sistema de referencia ubicado con el eje x solidario al lado de 15 cm, y eje y solidario al lado de 20 cm. La placa se encuentra apoyada sobre el plano x y. [$\vec{r}_{CM} = (5; 6,67; 1) cm$]

141.- Una caja sin tapa con forma de un cubo de 40cm de lado está construida de una chapa de metal de espesor constante. Halle las coordenadas del centro de masa de la caja. [$\vec{r}_{CM} = (20; 20; 16) cm$]

142.- Un automóvil con una masa de 2210 kg se está moviendo a lo largo de un tramo recto de carretera a 105 km/h. Es seguido por otro cuya masa es de 2080 kg y se mueve a 43,5 km/h. ¿Qué velocidad tiene el centro de masa de los dos automóviles en movimiento? [$v_{CM} = 75,18 km/h$]

143.- Dos cuerpos, cada uno hecho con un juego de pesas, están unidos por un cordón ligero que pasa por una polea ligera (masas despreciables), sin fricción, cuyo diámetro es de 5,6 cm. Los dos cuerpos están al mismo nivel. Cada uno tiene una masa de 850 g.

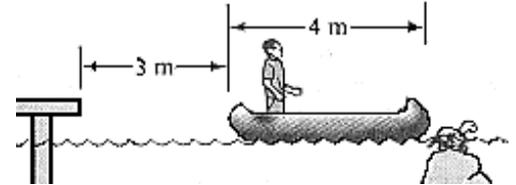


a) Ubique el centro de masa de los cuerpos con respecto al eje indicado. b) Se transfiere 34gr de m_1 a m_2 , pero se impide que los cuerpos se muevan, localice el centro de masa.

c) Ahora los cuerpos se dejan libres; describa el movimiento del centro de masa y determine su aceleración.

$$[a) r_{CM} = (0; L)cm \quad b) r_{CM} = (0,112; L)cm \quad c) a_{CM} = 0,016j \text{ m/s}^2]$$

144.- La lancha, de 70 kg, está al inicio a 3 m del muelle. El niño, de 40 kg, observa una tortuga sobre una roca en el otro extremo de la lancha y comienza a caminar hacia ella para atraparla. Despreciando la fricción entre la lancha y el agua:



a) describa el movimiento subsiguiente del sistema (niño + lancha);

b) ¿en dónde estará el niño relativo al muelle cuando alcance el otro extremo de la lancha?

c) ¿podrá atrapar a la tortuga? (Suponga que se puede estirar 1 m fuera del extremo de la lancha.)

Solución:

Como no hay fuerzas exteriores, el centro de masa no se mueve, por lo que, al caminar el niño sobre el bote, éste debe moverse en sentido contrario para contrarrestar el movimiento.

$$\text{Debe ser al principio } x_{CM} = \frac{m_B \cdot x_B + m_N \cdot x_N}{m_N + m_B} \quad \text{y al final } x'_{CM} = \frac{m_B \cdot x'_B + m_N \cdot x'_N}{m_N + m_B}$$

$$\text{Como } x_{CM} = x'_{CM} \text{ por lo dicho anteriormente resulta } m_B \cdot x_B + m_N \cdot x_N = m_B \cdot x'_B + m_N \cdot x'_N \text{ o también } m_B(\Delta x_B) = -m_N(\Delta x_N) .-$$

$$\text{El cambio de posición del chico será: } \Delta x_N = L + \Delta x_B \text{ reemplazando obtenemos: } \Delta x_N = 4 \text{ m} + (-m_N \Delta x_N / m_B) \Rightarrow \Delta x_N - (-m_N \Delta x_N / m_B) = 4 \text{ m} \Rightarrow \Delta x_N (m_B + m_N) / m_B = 4 \text{ m}$$

$$\Delta x_N = 4 \text{ m} \cdot m_B / (m_B + m_N) = 4 \text{ m} \cdot 70 / 110 = 2,545 \text{ m} \text{ Despejando la posición } x'_N \text{ nos queda: } x'_N - 3 \text{ m} = 2,545 \text{ m} \Rightarrow x'_N = 5,545 \text{ m} \approx 5,55 \text{ m}$$

Impulso, cantidad de movimiento, choque

145.- Un cuerpo de masa $m = 4 \text{ kg}$ se mueve según una recta con velocidad de 6 m/s. Delante de él marcha otro de 6 kg, con velocidad de 3 m/s, en el mismo sentido. Se produce un choque plástico entre ambos. Determine:

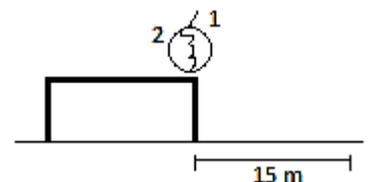
a) La velocidad de ambos después del choque.

b) La energía cinética perdida en el choque.

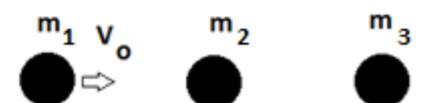
c) La velocidad de ambos después del choque si el choque fuera perfectamente elástico.

$$[a) v' = 4,2 \text{ m/s} ; b) \Delta E_m = -10,8 \text{ J}; c) V_1 = 2,4 \text{ m/s y } V_2 = 5,4 \text{ m/s}]$$

146.- *Una bomba de masa 5 kg explota en el borde de una mesa ratona de 0,4 metros de altura. De la explosión salen dos fragmentos. Se sabe que el fragmento número 1, de masa $m_1 = 2 \text{ kg}$, sale con una velocidad horizontal, e impacta en el piso a 15 m medidos horizontalmente desde la mesa. ¿Con qué velocidad salió el otro fragmento? [35,3 m/s en sentido contrario]



147.- Las tres partículas de la figura tienen igual masa. Las primera choca plásticamente con la segunda y ambas chocan elásticamente ($k=1$) con la tercera. Las partículas m_2 y m_3 están en reposo inicialmente. Calcular todas las velocidades finales. [$V_1 = V_2 = V_0/6$; $V_3 = 2/3 V_0$]



148.- Un vagón de 50000 kg se mueve con una velocidad de 12 km/h y choca contra una plataforma de 30000 kg que se encontraba detenida en la vía. Calcular la distancia recorrida por el conjunto vagón - plataforma después del impacto, sabiendo que la fuerza de fricción contra las vías es igual al 5% del peso. [$d = 4,33 \text{ m}$]

149.- *Un bloque de 498 kg de masa se mueve sobre un plano horizontal. El coeficiente de rozamiento cinético entre ambos es 0,2. En el instante en que su velocidad tiene módulo 2 m / s es alcanzado por un proyectil de masa 2 kg que se mueve horizontalmente con velocidad de igual recta de acción, sentido contrario y módulo 98 m/s, quedando incrustado en el bloque.

a) ¿Qué distancia recorren después del impacto hasta detenerse?

b) ¿Qué tiempo emplean?

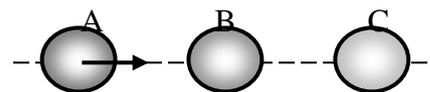
[$d = 64 \text{ cm}; t = 0,8 \text{ s}$]

150.- Una esfera de 1,2 kg cae verticalmente y choca con una superficie horizontal. Inmediatamente antes del choque su velocidad es de 20 m/s. Si el coeficiente de restitución vale 0.9, hallar la velocidad con que rebota y la variación de la energía cinética.

[$v' = 18 \text{ m/s}; \Delta E_C = -45,6 \text{ J}$]

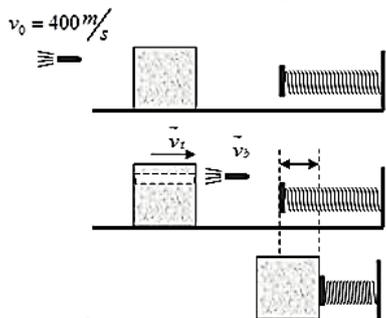
151.- Una bola se deja caer sobre el suelo horizontal y alcanza una altura de 144 cm después del primer rebote. En el segundo rebote llega a 81 cm de altura. Calcular el coeficiente de restitución y la altura que alcanza en el tercer rebote. [$k = 0,75; h_3 = 46 \text{ cm}$]

152.- Se tienen tres esferas, A, B y C, idénticas, alineadas sobre una superficie horizontal. B y C están en reposo, mientras que A se mueve hacia B a 4 m/s, originando una serie de choques. Sabiendo que el coeficiente de restitución en cada choque vale 0,4; determinar la velocidad de cada esfera después que ocurren todos los choques.



[$v_{fA} = 0,95 \text{ m/s}; v_{fB} = 1,09 \text{ m/s}; v_{fC} = 1,96 \text{ m/s}$]

153.- Una bala de 5 g moviéndose con una rapidez inicial de 400 m/s disparada hacia un bloque de 1 kg lo atraviesa, como en la figura. El bloque, que al inicio está en reposo sobre una superficie horizontal sin fricción, comienza a moverse hasta chocar contra un resorte de constante 900 N/m. Si el bloque comprime al resorte una distancia de 5 cm hasta quedar detenido encuentre:



a) la rapidez con la cual sale la bala del bloque.

b) la energía perdida en la colisión.

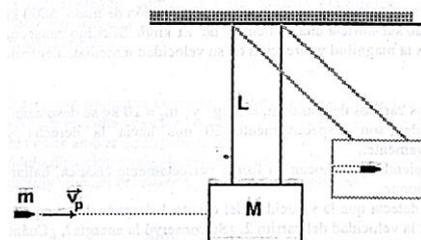
[$v'_b = 100 \text{ m/s}; b) -374 \text{ J}$]

154.- * Un bloque de masa $M = 1 \text{ kg}$, está suspendido de una cuerda de longitud 1 m, como se muestra en la figura. Un proyectil de masa $m = 20 \text{ g}$ choca contra el bloque incrustándose.

a) Si la cuerda llega a apartarse 30° de la dirección vertical, determinar la velocidad inicial del proyectil.

b) Determinar que masa debería tener un proyectil que choque plásticamente contra el bloque M, con la misma velocidad calculada en (a) para que luego del choque, el conjunto alcance a dar una vuelta completa alrededor del punto

[$v_0 = 83,5 \text{ m/s}; m = 92,5 \text{ g}$]



155.- Dos patinadores sobre hielo se acercan uno al otro en ángulo recto. El patinador A tiene una masa de 50 kg y viaja en la dirección y sentido de $+x$ a 2 m/s. El B tiene una masa de 70 kg y se mueve según $+y$ a 1,5 m/s. Chocan y quedan unidos. Encuentre:

a) El vector velocidad final de la pareja.

b) la pérdida de energía cinética por el choque.

[a) $\vec{v}' = (0,83\hat{i} + 0,875\hat{j}) \text{ m/s}$] [o bien $|\vec{v}'| = 1,2 \text{ m/s}$; $\alpha = 46,5^\circ$][b) $\Delta E_c = -92\text{J}$]

156.- Un cuerpo puntual **A** tiene una masa de 2 kg y se desplaza con velocidad de módulo 12 m/s en el sentido de las x positivas. Otro cuerpo **B** de masa 18 kg se desplaza en el sentido de las y negativas, produciéndose el choque entre ambos en el origen de coordenadas. Después del choque entre ambos cuerpos quedan unidos y pasan por el punto de coordenadas: x = 8m; y = -6m. Entonces calcular:

- a) la velocidad del móvil **B** antes del choque
 b) la velocidad final del conjunto

[a) $\vec{v} = -1\frac{m}{s}\hat{j}$ b) $\vec{v} = 1,2\frac{m}{s}\hat{i} - 0,9\frac{m}{s}\hat{j}$]

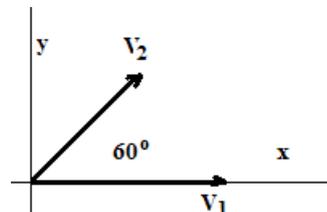
157.- Dos cuerpos con masas de 6 kg y 9 kg, con velocidades de 5 m/s y 3 m/s respectivamente chocan plásticamente cuando sus trayectorias forman un ángulo de 60°. ¿Cuál será la velocidad después del choque y qué variación de energía cinética que experimenta el sistema?

Solución:

Trabajando en el primer cuadrante con el eje x solidario a V_1 , nos queda:

Por conservación de la cantidad de movimiento

$$p_i = p_f$$



Se puede plantear para cada eje:

$$m_1 \cdot V_1 + m_2 \cdot V_2 \cos 60^\circ = (m_1 + m_2)V_x$$

$$m_2 V_2 \sin 60^\circ = (m_1 + m_2)V_y$$

Reemplazando por los datos correspondientes obtenemos:

$$V_x = 2,9 \text{ m/s} \quad V_y = 1,56 \text{ m/s}$$

La velocidad total será:

$$V = 3,29 \text{ m/s}$$

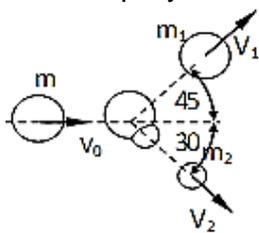
Y el ángulo después del choque será:

$$\varphi = 28^\circ 16'$$

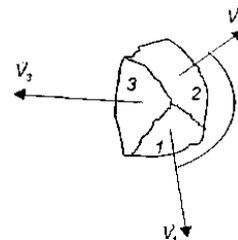
La variación de energía cinética que experimenta el sistema será:

$$\Delta E_c = - 34,32 \text{ J}$$

158.- Un proyectil de masa $m = 2 \text{ kg}$ (figura) se mueve con velocidad $v_0 = 100 \text{ m/s}$ cuando explota en dos fragmentos de masas 1,5 kg y 0,5 kg. Si las partes se mueven en las direcciones que se indican en el esquema, determinar la velocidad de cada una de ellas. [$v_1 = 69 \text{ m/s}$; $v_2 = 293 \text{ m/s}$]



159.- Un cuerpo de masa igual a 24 kg con velocidad inicial cero, explota en tres partes que salen despedidas según la figura. Determinar la velocidad del tercer cuerpo, sabiendo que: $m_1 = 6 \text{ kg}$; $V_1 = 100 \text{ m/s}$; $m_2 =$



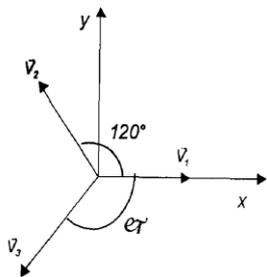
8 kg y $V_2 = 80 \text{ m/s}$.

Solución:

Ubicando el sistema de referencia con el eje x solidario a V_1 , tenemos:

Según el teorema de la conservación de la cantidad de movimiento:

$$p_i = p_f$$



$$\text{Proyectando en } x: 0 = m_1 v_1 + m_2 v_2 \cos 120^\circ + m_3 v_{3x} \quad (1)$$

$$\text{Proyectando en } y: 0 = m_2 v_2 \sin 120^\circ + m_3 v_{3y} \quad (2)$$

$$\text{despejando } v_{3x} \text{ de (1), se tiene: } v_{3x} = -28 \text{ m/s}$$

$$\text{despejando } v_{3y} \text{ de (2), se tiene: } v_{3y} = -55,43 \text{ m/s}$$

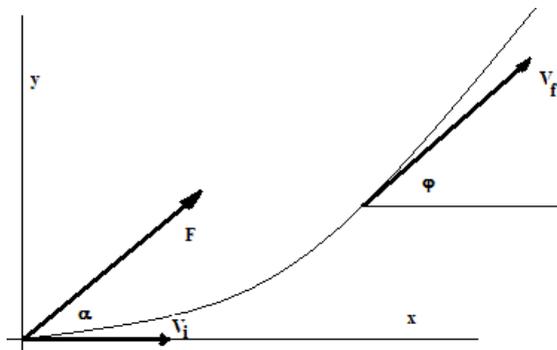
Por lo que resulta que $v_3 = 62,1 \text{ m/s}$ y con un ángulo $\varphi = 206,8^\circ$ ó $-153,2^\circ$

160.- Un sistema está compuesto por tres partículas de masas $m_1 = 3 \text{ kg}$, $m_2 = 2 \text{ kg}$ y $m_3 = 5 \text{ kg}$. La primera tiene una velocidad de 6 m/s , y la segunda de 8 m/s , formando entre sí un ángulo de 120° . Calcular la velocidad y la dirección respecto a v_1 de la tercera masa si el centro de masa del sistema permanece en reposo.

$$[v_3 = 3,42 \text{ m/s}; \alpha = 234,2^\circ]$$

Ejercicios avanzados

161.- Un cuerpo con una masa de 10 Kg se desplaza con una velocidad de 15 m/s por un plano horizontal sin rozamiento. A partir de un momento dado y durante 2 segundos se le aplica una fuerza constante y paralela al plano de 50 N que forma un ángulo de 60° con la velocidad inicial. ¿Cuál será la velocidad y las componentes normal y tangencial de la aceleración al cabo de esos 2 segundos ?



Solución:

Trabajando en el 1° cuadrante y con el eje solidario a V_i ;
A partir de saber que el impulso es igual a la variación de la cantidad de movimiento:

$$F \cdot \Delta t = m \cdot v_f - m \cdot v_i$$

Despejando de esta expresión la velocidad final y proyectando sobre cada eje, y reemplazando por los correspondientes valores (según el SI): se obtiene:

$$V_{fx} = 20 \text{ m/s} \quad V_{fy} = 8,66 \text{ m/s}$$

o también

$$V = 21,8 \text{ m/s} \quad \text{y } \varphi = 23,41^\circ$$

El ángulo formado por la fuerza con la velocidad final resulta de $36,69^\circ$ y el valor de la aceleración a partir de la ley de Newton es de $a = 5 \text{ m/s}^2$

Las componentes normal y tangencial de la aceleración son: $a_t = 4 \text{ m/s}^2$; $a_n = 2,99 \text{ m/s}^2$.

162.- Dos partículas libres de moverse sobre un alambre guía horizontal libre de fricción. La partícula con la masa más pequeña está moviéndose con una rapidez de 17 m/s y alcanza a la partícula más grande, la cual se mueve en el mismo sentido con una rapidez de 3 m/s . La partícula más grande tiene un resorte ideal sin masa ($k = 4480 \text{ N/m}$) sujeto en el lado por el que se aproxima la partícula pequeña, como se muestra en el diagrama.

a) ¿Cuál es la máxima compresión del resorte cuando colisionan las dos partículas?

b) ¿Cuáles son las velocidades finales de las partículas?

$$[a) \Delta x = 0,25 \text{ m}; b) v'_1 = -3 \text{ m/s} \quad v'_2 = 11 \text{ m/s}]$$

