UTNHAEDO
UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA NACIONAL
FACULTAD REGIONAL HAEDO

LABORATORIO DE FÍSICA I

TRABAJO DE LABORATORIO

PLANO DE

PACKARD

2019

PLANO DE PACKARD

INTRODUCCIÓN TEÓRICA:

Afirmamos que un cuerpo está en movimiento, cuando ocupa diferentes posiciones a través del tiempo, y la única manera de determinar esta circunstancia es fijando para ello un sistema de coordenadas que nos sirva de referencia.

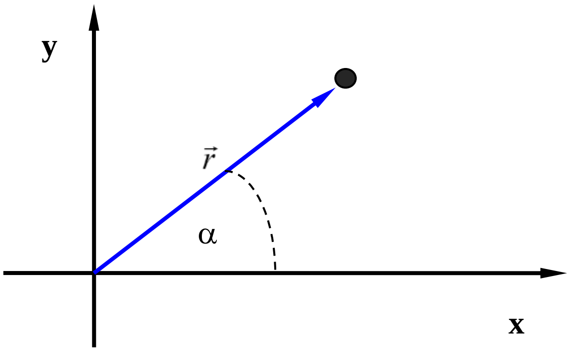


Figura 1: Posición de un cuerpo definida vectorialmente

Es a partir de este sistema de coordenadas que, obteniendo punto a punto las diferentes posiciones a medida que transcurre el tiempo, podemos determinar el camino seguido por el cuerpo en el tramo que nos interesa someter a estudio. A esta traza la llamamos **trayectoria**. Cada punto de la trayectoria tendrá entonces, de acuerdo con nuestro sistema de ejes, su correspondiente posición, determinada por el vector $\vec r$:

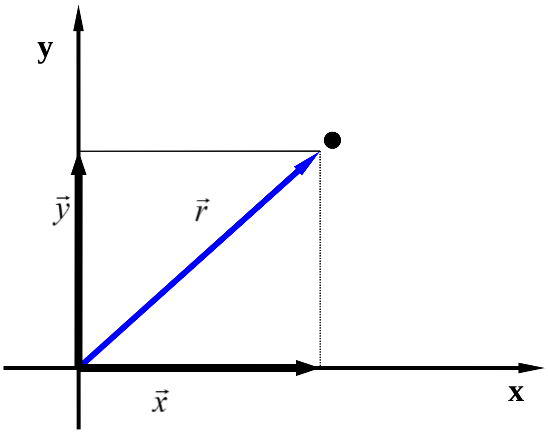


figura 2: el vector posición puede expresarse como la suma de sus componentes cartesianas:

$$\vec r = x\breve{i} + y\breve{j}$$

Resulta mucho más cómodo expresar este vector $\vec r$ como la suma de sus componentes cartesianas. Así, podemos definir este vector posición como: $\vec r = x\breve{i} + y\breve{j}$, siendo $\breve{i}\, y\, \breve{j}$ los versores correspondientes. Esto se muestra en el esquema de la figura 2:

Llamamos **desplazamiento a** la diferencia entre dos posiciones ocupadas por nuestro móvil en diferentes instantes, definidas por los vectores correspondientes. Matemáticamente:

$$\boxed{\Delta\vec r = \vec r - \vec r_o}$$

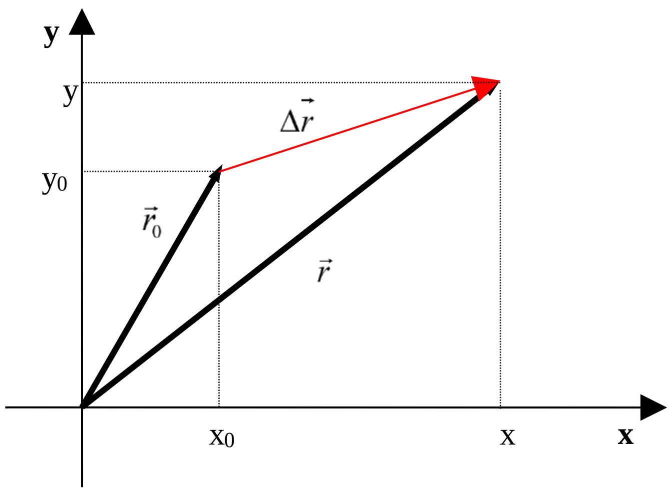


Figura 3: Determinación gráfica del desplazamiento.

Resulta más cómodo realizar esta diferencia en función de las componentes cartesianas:

$$\boxed{\begin{aligned}\Delta\vec r_x &= (x - x_o)\breve{i}\\ \Delta\vec r_y &= (y - y_o)\breve{j}\end{aligned}}$$

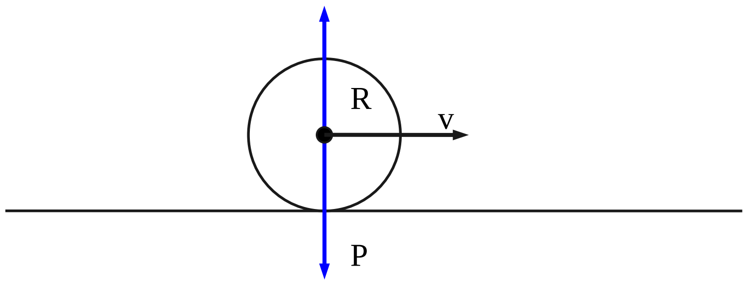
De donde, el desplazamiento $\Delta\vec r$ puede expresarse como la suma vectorial de sus componentes:

$$\Delta\vec r = (x - x_0)\breve{i} + (y - y_0)\breve{j}$$

La conclusión más importante que se desprende de esto es que **podemos estudiar un movimiento bidimensional como la composición de dos movimientos unidimensionales (y por lo tanto más simples) sobre los ejes cartesianos.**

Usaremos esta teoría para estudiar cinemáticamente el movimiento bidimensional de una esfera sobre un plano inclinado.

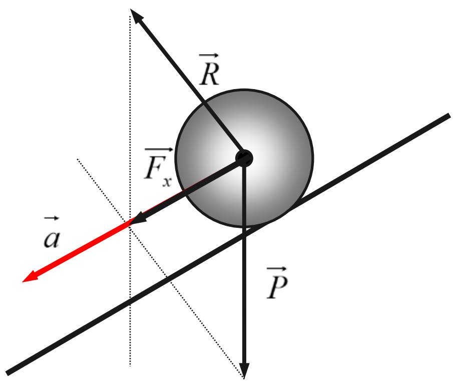
Un móvil que se desplace por una superficie plana y horizontal, sobre el cual la suma de fuerzas sea cero, se moverá con Movimiento Rectilíneo y Uniforme.



Del esquema surge que, al moverse por una superficie horizontal, el peso del cuerpo se anula con la reacción del piso, la aceleración resultante sobre el cuerpo será cero y se moverá con M.R.U.

Si en cambio, el cuerpo se mueve sobre una superficie inclinada, habrá una fuerza resultante en la dirección de máxima pendiente del plano que no se anulará, que dará lugar a la aparición de una aceleración con la misma dirección y sentido de la misma.

Esto hará que, en la dirección de la máxima pendiente del plano inclinado se manifieste un movimiento acelerado y, como la fuerza responsable de dicha aceleración es constante (suponemos al plano sin curvaturas que perturben su superficie) el movimiento en la dirección mencionada será uniformemente acelerado. Las ecuaciones que nos permiten describir este movimiento son:



$$\vec{x} = \vec{x}_o + \vec{v}_o t + \frac{\vec{a}t^2}{2}$$

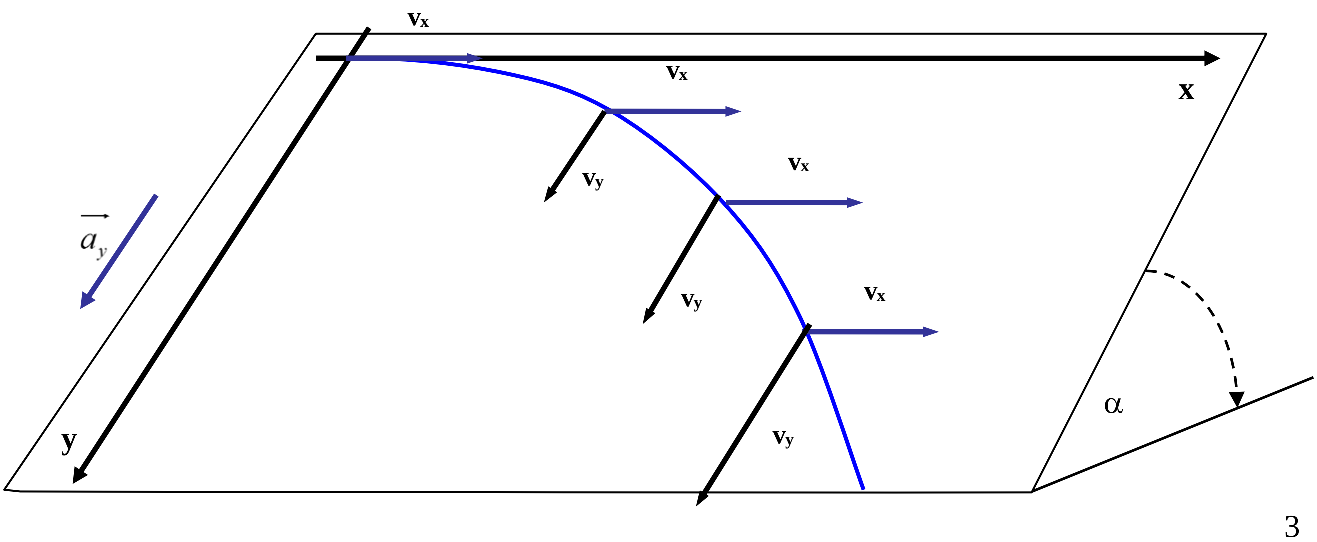
$$\vec{v} = \vec{v}_o + \vec{a}t$$

Como el movimiento es rectilíneo, podemos trabajar directamente con los módulos:

$$x = x_o + v_o t + \frac{at^2}{2}$$

$$v = v_o + at$$

Si ahora dejamos que el cuerpo comience a moverse sobre el plano inclinado con una cierta velocidad inicial, perpendicular a la dirección de máxima pendiente, la trayectoria que el mismo describirá será bidimensional, trasladándose lateralmente a medida que cae. Analizando este movimiento en las dos direcciones en que se producen, vemos que, mientras que la caída (a lo largo del eje **y**, según nuestra referencia) se realiza según un movimiento rectilíneo uniformemente acelerado,



lateralmente (según el eje **x**) el movimiento es uniforme, ya que la única aceleración actuante es en todo momento perpendicular a la dirección de la velocidad con que comenzó el movimiento.

Esto nos permite inferir que, un movimiento complejo como lo es el descripto puede estudiarse como la combinación de dos movimientos más simples: un M.R.U según la dirección **x**, y un M.R.U.V. en la dirección **y**, cada uno de ellos independiente del otro, cumpliendo lo que se llama el PRINCIPIO DE INDEPENDENCIA DE LOS MOVIMIENTOS.

Para el movimiento horizontal, entonces, la única ecuación que podemos escribir es la horaria correspondiente a la posición:

$x = x_0 + v_x t$ Considerando $x_0 = 0$, nos queda: $\boxed{x = v_x t}$

En la dirección **y**, el modelo que se corresponde con ese movimiento es el correspondiente a un MRUV, por lo que las ecuaciones horarias de la posición y la velocidad son:

$\begin{array}{l} y = y_0 + v_{0_y} t + \frac{1}{2} a_y t^2 \\ v_y = v_{0_y} + a_y t \end{array}$ Considerando para este caso particular $\begin{array}{l} v_{0_y} = 0 \\ y_0 = 0 \end{array}$ nos queda: $\boxed{\begin{array}{l} y = \frac{1}{2} a_y t^2 \\ v_y = a_y t \end{array}}$

De estas ecuaciones se puede obtener una tercera, que describa punto a punto la posición de nuestro móvil; a esta expresión matemática se la denomina ECUACIÓN DE LA TRAYECTORIA.

Combinando: $\begin{array}{l} x = v_x t \\ y = \frac{a_y t^2}{2} \end{array}$ nos queda: $\boxed{y = \frac{a_y}{2v_x^2} \cdot x^2}$

Algebraicamente esta expresión se puede escribir como: $y = A.x^2$, la que corresponde a una parábola matemática. Esto nos dice que la trayectoria seguida por el cuerpo durante su caída posee precisamente esa forma.

Utilizaremos esta teoría, junto con la correspondiente a la cinemática de los movimientos mencionados, para estudiar el movimiento bidimensional de caída de una esfera por un plano inclinado.

OBJETIVOS DEL TRABAJO PRÁCTICO:

- Analizar cinemáticamente un movimiento plano.
- Comprobar experimentalmente la validez de la ecuación de la trayectoria para el movimiento estudiado.
- Verificar la validez del principio de independencia de los movimientos.
- Determinar gráficamente diferentes parámetros de este movimiento.

MATERIALES A UTILIZAR:

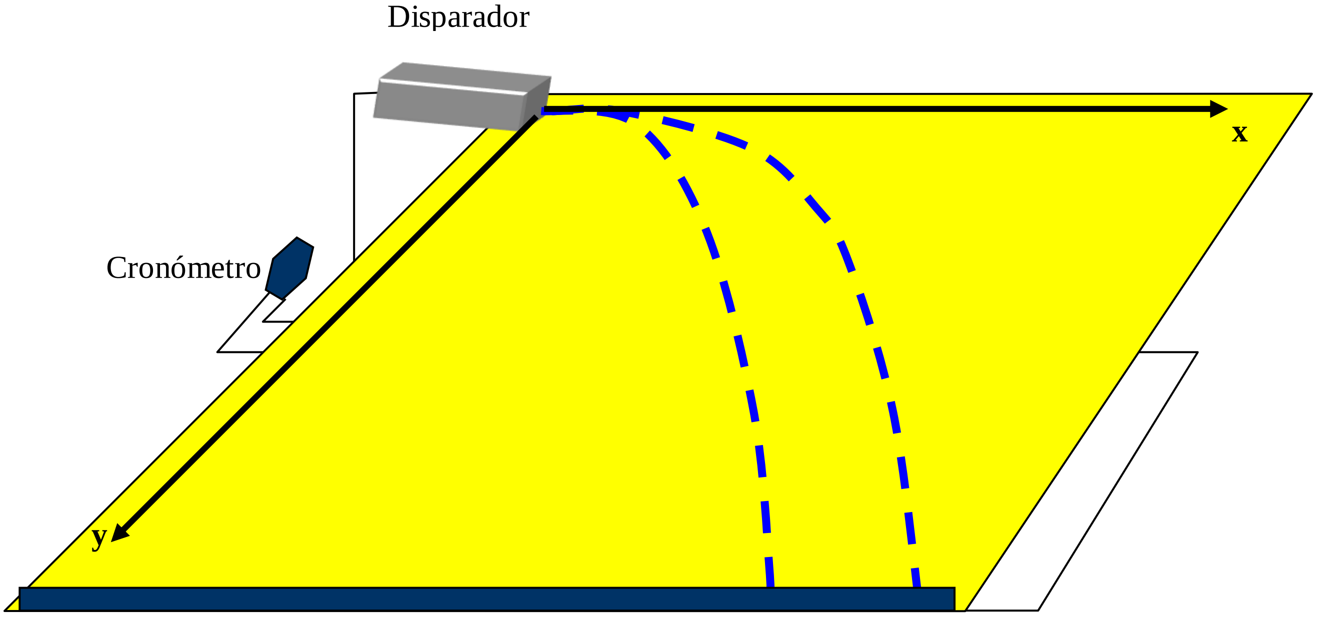
- Plano de vidrio con inclinación variable.
- Esfera de acero.
- Disparador.
- Cronómetro.
- Hoja de papel afiche blanco (*)
- Papel carbónico suficiente como para cubrir la hoja de papel afiche (*)
- Elementos de dibujo (*)
- Hojas de papel milimetrado (*)
- Cinta adhesiva (*)

- Regla de madera, larga.
- Nivel para albañilería.

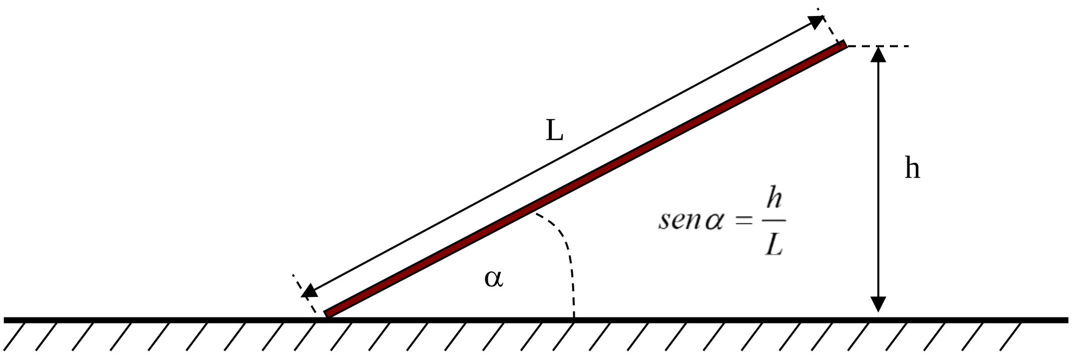
(*) Material que deberán traer los alumnos.

DESARROLLO DEL TRABAJO PRÁCTICO:

- Se dispondrá de un plano de vidrio con un dispositivo que le permitirá regular la inclinación del mismo, que tendrá sobre el borde superior izquierdo un caño cuadrado (disparador) con algunas canaladuras, soportado de manera que quede inclinado hacia el plano y con su eje axial paralelo al borde del marco horizontal superior del plano, tal y como muestra la figura:



- Verifique la correcta nivelación del plano en la dirección x, utilizando para ello el nivel.
- Determine el valor del ángulo de inclinación del plano con la mesa; para ello tome la medida de la altura del borde superior y la longitud del plano (como se muestra la figura) y calcule el ángulo utilizando la función trigonométrica correspondiente.



Vista lateral del plano inclinado; el ángulo de inclinación puede calcularse midiendo la altura h y la longitud L, para luego calcularlo por trigonometría.

Este valor le servirá para contestar alguna de las preguntas al final del trabajo.

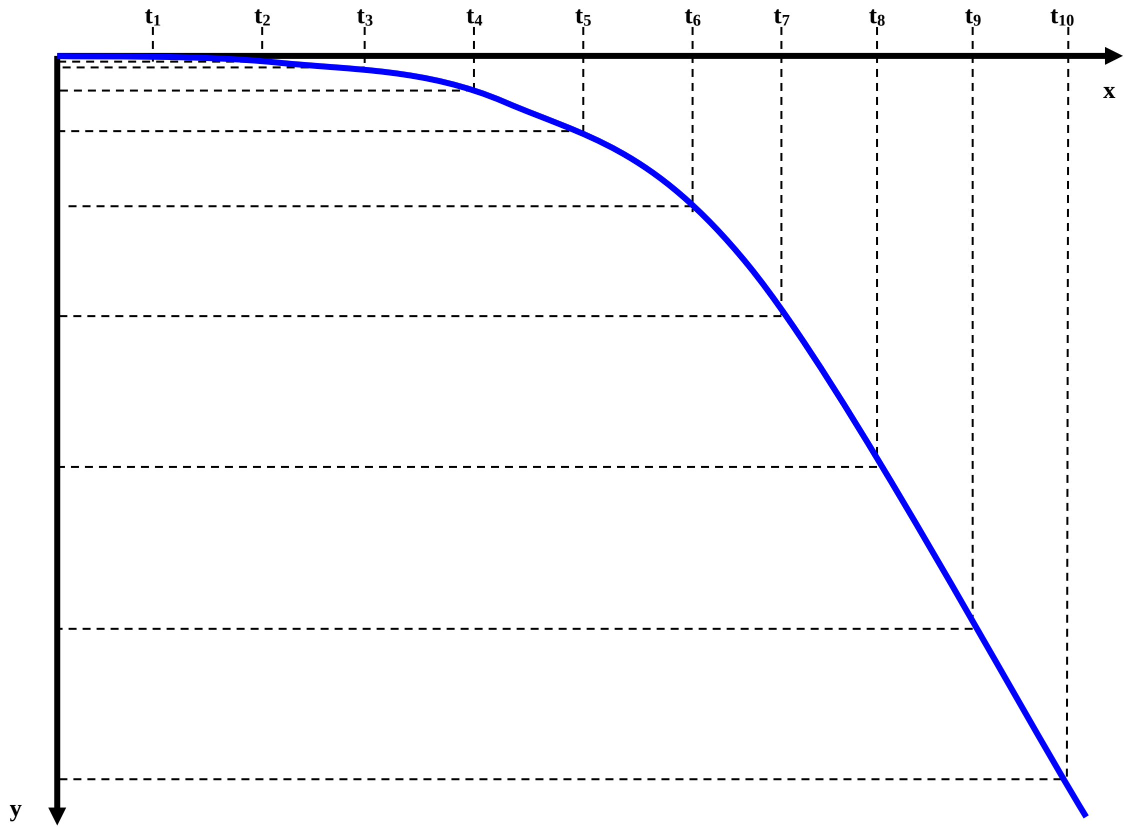
- Coloque sobre el plano el papel blanco, sujetándolo con cinta adhesiva por los bordes, de manera que no estorbe a la posible trayectoria de la esfera.
- Trace sobre esta hoja, lo más cerca del borde inferior posible y paralelo a éste, una línea con lápiz de manera que le sirva luego como línea de referencia de finalización del movimiento.

- Coloque la esfera de acero dentro del disparador, en el que previamente habrá insertado la chapita de contención.

- Realice dos disparos de prueba con distinta velocidad inicial, de manera de asegurarse que toda la trayectoria descripta por la esfera quede dentro del papel. La velocidad inicial podrá cambiarla dejando caer la esfera desde diferentes posiciones dentro del disparador, insertando en diferentes ranuras la chapita de contención.

- En el dispositivo se encuentra conectado un cronómetro digital, que se activa cuando la esfera sale del caño, y se detiene cuando la misma golpea contra una varilla colocada en el borde inferior del plano; esto le permitirá conocer el tiempo durante el cual la bola rueda por el plano.

- Una vez asegurado el registro de la trayectoria, cubra el papel afiche con las hojas de papel carbónico, cuidando que la línea inferior trazada como referencia quede visible (el papel carbónico deberá cubrir justo hasta allí).



Se divide a la máxima abcisa en diez partes Δx iguales; para cada Δx corresponde un Δt que surge de dividir el tiempo de duración del movimiento por diez; para el eje x, entonces, tendremos desplazamientos iguales para tiempos iguales.

- Realice dos disparos con distinta velocidad inicial sobre el papel cubierto, el tiempo de rodado para cada uno de ellos lo registrará el cronómetro instalado en el dispositivo. Anote estos valores.

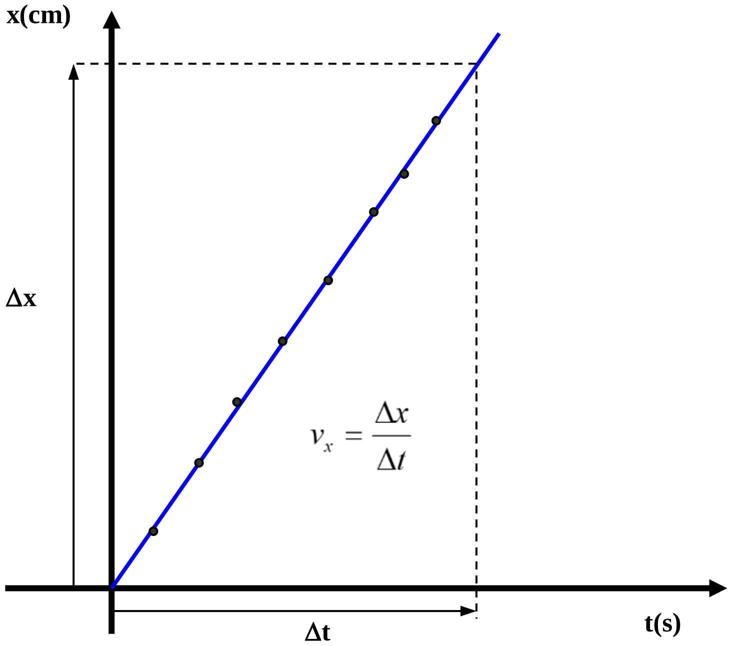
t_1= s	t_2= s

- Quite los carbónicos y la hoja del plano inclinado. En el punto en que ha quedado marcado el inicio de las trayectorias, trace los ejes x e y paralelos a los bordes superior e izquierdo de la hoja.

- Trace por el punto en el cual la curva (1) toca la línea de referencia, una paralela al eje y que corte al eje x en el punto A. Divida la distancia OA en 10 partes, y a cada uno de esos Δx que han quedado determinados, asígnele un $\Delta t = t_1 / 10$.
- Para cada uno de esos x_i así determinados, encuentre gráficamente el y_i correspondiente.
- Tendrá entonces diez abcisas en x, con sus correspondientes ordenadas en y, y los t_i correspondientes a cada uno de esos pares, de la forma en que se ha determinado, al corresponder desplazamientos iguales para intervalos de tiempo iguales, estamos suponiendo que la proyección del movimiento curvo sobre el eje **x** corresponde a un M.R.U., en base a esa suposición, se trata entonces de verificar a qué modelo cinemático se ajusta la proyección de dicho movimiento sobre el eje y. Anote estos valores complete una tabla como la siguiente:

n	x (cm)	y (cm)	t (s)	t^2 (s^2)
1				
2				
3				
4				
5				
6				
7				
8				
9				
10				

- Haga lo mismo para el segundo tiro, completando una tabla similar a la expuesta más arriba.
- Si construimos el gráfico x = f(t), de acuerdo con nuestra suposición, obtendremos una recta; la pendiente de la misma nos informará de la velocidad (v_x). Construya entonces el gráfico mencionado y determine el valor de la proyección de la velocidad en el eje de las abcisas. Esto puede hacerlo utilizando un graficador, como se ejemplifica en el Trabajo Práctico nº 1, o bien a mano sobre papel milimetrado, donde deberá calcular la pendiente como muestra el esquema, con ayuda de las escalas correspondientes.

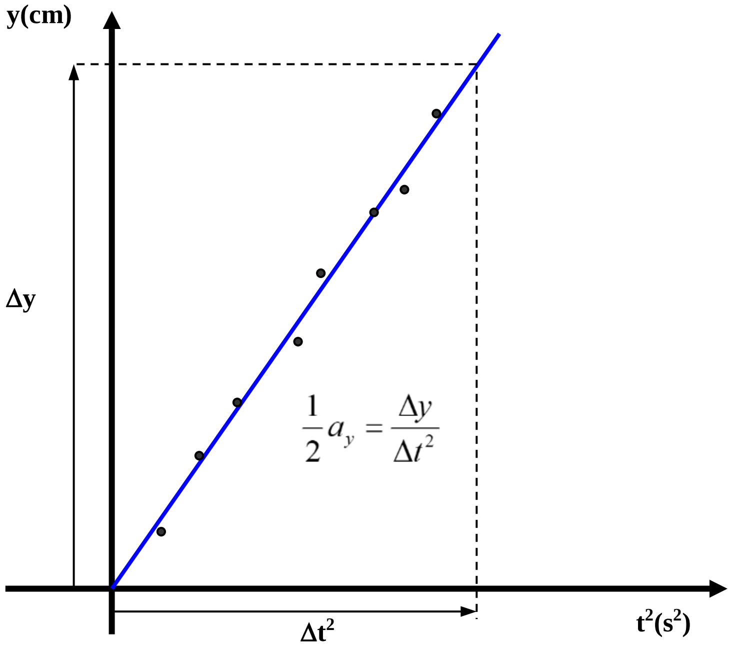


La pendiente de la recta cuando se grafica x =f(t) nos informa de la componente de la velocidad en ese eje.

- Para determinar qué modelo cinemático se ajusta mejor al movimiento en el eje y, comenzaremos por graficar y = f(t); la curva que se obtenga validará la hipótesis de que se trata de un movimiento variado; necesitamos ahora saber si en ese movimiento la aceleración se mantiene constante o no. Si se trata de un MRUV, entonces la gráfica y = f(t) debe corresponderse a una parábola; como resulta muy difícil darse cuenta si la curva obtenida corresponde a una variación de la posición con el cuadrado del tiempo, para comprobarlo vamos a hacer un cambio de variable. Sabemos que la componente de la velocidad inicial sobre el eje **y** es cero, por la forma en que fue disparada la bola de acero (sale en una dirección paralela al eje x), y si el modelo que se ajusta es el de un MRUV, entonces la ecuación horaria de la posición será: $y = \frac{1}{2} a_y t^2 \quad \left(y_0 = 0\,;\, v_{0_y} = 0\right)$; por lo que, haciendo t^2=z, la expresión anterior nos quedará como $y = \frac{1}{2} a_y z$, por lo que la gráfica y =f(z), si la posición varía con el cuadrado del tiempo, debería ser una recta, donde la pendiente sería la mitad del valor de la aceleración.

Grafique entonces y =f(t^2); la alineación de los puntos confirmará que la proyección del movimiento en el eje **y** responde a un MRUV. Si construye el gráfico utilizando software adecuado, el mismo programa le dará el valor de la pendiente; si lo realiza a mano, deberá proceder de manera similar a lo hecho con el gráfico x =f(t) para determinar la pendiente.

Calcule a partir de la determinación de la pendiente, el valor de la aceleración a_y, como: $a_y = \frac{2\Delta y}{\Delta t^2}$.



La pendiente de la recta cuando se grafica $y = f(t^2)$ nos informa del módulo de la mitad de la aceleración. Nótese que la recta se traza por densidad de puntos considerando la tendencia de los puntos a la alineación.

- Repita lo mismo para el tiro nº 2. Determine mediante los gráficos los valores de la velocidad en el eje x, verifique que el modelo cinemático que mejor se ajusta para el eje **y** es un MRUV, y calcule con ayuda del gráfico el valor de la aceleración actuante en ese eje. Compare los valores obtenidos de estos parámetros para ambos tiros.

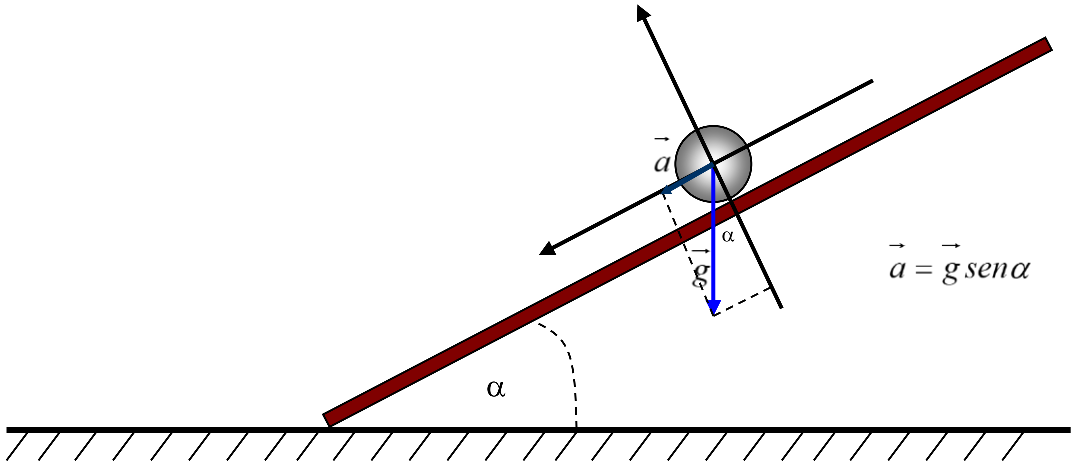
  ¿Son aproximadamente iguales los valores de las velocidades?

  ¿Son aproximadamente iguales los valores de las aceleraciones?

  Si las velocidades son distintas, mientras que las aceleraciones son muy parecidas, podemos suponer que alterando las condiciones del movimiento en un eje (cambio de la velocidad con que comienza a moverse en el plano) no altera las condiciones del movimiento en el otro (la aceleración, y por lo tanto el tiempo de caída y la componente de la velocidad final en **y**). Esto bastaría para comprobar el principio de independencia de los movimientos.
- Elabore y transcriba sus conclusiones.

PREGUNTAS Y PROBLEMAS:

1- El modelo cinemático utilizado para el estudio del movimiento de una partícula le permite calcular geométricamente la aceleración con que la bola cae por el plano inclinado. Sabemos que la única aceleración actuante sobre ella es la de la gravedad, por lo que la responsable de su caída será la componente de ella en la dirección paralela al plano. En el esquema se muestra esta situación.



Vista lateral del plano inclinado; la aceleración actuante en la dirección paralela al plano según el modelo de la cinemática del punto, puede calcularse como una componente de g.

Ya que $sen\,\alpha = \frac{h}{L}$, calcule entonces el módulo de esa componente como $a = g\frac{h}{L}$ (¡cuidado con las unidades!). Compare con el valor de la aceleración determinada experimentalmente con el calculado trigonométricamente; ¿son aproximadamente iguales? ¿puede extraer alguna conclusión de ello?

2- Tiene Ud. los tiempos de duración de cada tiro realizado experimentalmente y puede compararlos; suponga ahora que deja caer la bola sin velocidad inicial, desde donde está el disparador, y mide el tiempo que tarda en llegar al pie del plano; ¿El tiempo de caída será igual, mayor o menor al empleado en cada tiro oblicuo? Justifique adecuadamente su respuesta.

3- Al principio de la fase experimental, se le pide que nivele el plano antes de empezar a trabajar; ¿Por qué? ¿Qué ocurriría si se realizan los tiros con el plano sin nivelar?

4- Suponga que se realiza un tiro con el disparador formando un ángulo distinto de 0º respecto del borde superior del plano: ¿Modificaría en algo los resultados obtenidos? ¿Y los gráficos construidos? Ejemplifique y justifique sus respuestas.

Algunos links interesantes:

- http://www.walter-fendt.de/ph14s/projectile_s.htm applet de JAVA que permite simular un tiro en dos dimensiones.
- http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica/cinematica/parabolico/alcance/alcance.htm Simulación interactiva de un tiro en dos dimensiones.
- http://www.ieslaasuncion.org/fisicaquimica/fislets/tiro_parabolico.html Simulación de un tiro oblicuo que permite ver el movimiento descompuesto en los dos ejes. Se necesita JAVA para que se ejecute.