



Estructuras Ferroviarias I

Trabajo Práctico Anual

Líneas de Influencia y Trabajos Virtuales

Profesor: Ing. Fabián Pégola

Jefe de Trabajos Prácticos: Ing. Agustín Sirolli

Año Lectivo: 2017

Alumnos:

- **Federico, Damián.**
- **López Viejo, Emanuel Ignacio.**

Índice

1. Objetivo	3
2. Alcance	3
3. Introducción teórica	3
I. Líneas de Influencia	3
II. Trabajos Virtuales	4
4. Desarrollo teórico	4
I. Líneas de Influencia	4
II. Trabajos Virtuales	5
5. Aplicación práctica en un puente ferroviario	7
6. Conclusiones	16
7. Bibliografía	17

1. Objetivo. —

Mediante la elaboración de esta investigación grupal nos proponemos:

- Fijar los conocimientos construidos durante la cursada.
- Acercar estos conocimientos para su aplicación directa en el ámbito ferroviario.

2. Alcance. —

Esta investigación se centra en entender como las líneas de influencia y los trabajos virtuales intervienen en un puente ferroviario, estando este sin cargas puntuales o siendo sometido a un convoy.

3. Introducción teórica. —

I. Líneas de influencia.

Las cargas o fuerzas exteriores que actúan sobre una estructura son de dos tipos:

- Las cargas permanentes o fijas*, en general constituidas por el peso propio de la estructura.
- Las cargas accidentales o sobrecargadas* que pueden o no actuar sobre el sistema.

Estas últimas, constituidas ya sea por una carga repartida (por unidad de superficie o de longitud) o bien por un sistema de cargas concentradas, como por ejemplo en el caso de los puentes ferroviarios lo son los trenes de carga. Estas cargas *tienen como particularidad principal*, el que pueden actuar en *zonas o puntos aislados de la estructura* en estudio, sin que necesariamente lo hagan en toda la extensión de la misma, ya en superficie, ya en longitud. Lo importante de esta condición es que *no siempre las acciones internas máximas en los diversos elementos constitutivos de la estructura* se producen cuando las fuerzas exteriores actúan en toda la extensión de la misma.

Así, por ejemplo, en el caso de la consideración de los trenes de carga tipo rodantes, *debe determinarse la posición de las mismas*, que hacen máxima la acción interna en un determinado elemento de la estructura considerada.

La finalidad del estudio de la '*Teoría de las líneas de influencia*', consiste en la creación de un método que nos permita determinar *dicha acción máxima*, a fin de poder proyectar las secciones necesarias de las piezas constitutivas de las estructuras para que sean capaces de resistir dicha acción.

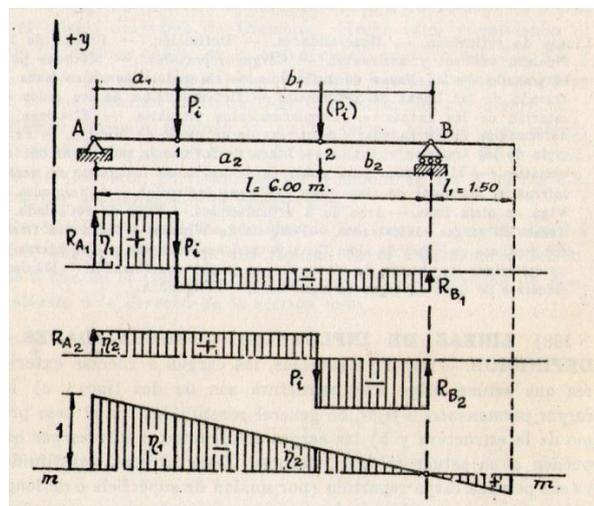


Fig. 1.

Una línea de influencia se puede definir como un diagrama cuyas ordenadas representan la variación de la fuerza cortante, momento flector, o una reacción en un punto dado de un elemento, cuando una carga unitaria se mueve a lo largo de la longitud del elemento. Cada ordenada del diagrama da el valor, cuando la carga está situada en el lugar asociado a esa ordenada en particular.

Las líneas de influencia se usan para determinar dónde colocar las cargas vivas para que causen las mayores fuerzas internas. El procedimiento para dibujar tales diagramas consiste en graficar los valores de la función (cortante, momento, etc.) en estudio como ordenadas para varias posiciones de la carga unitaria a lo largo de la longitud del elemento y luego se conectan esas ordenadas con una línea recta continua.

II. Trabajos virtuales

Se entiende por trabajo virtual de un conjunto de fuerzas que actúan sobre un determinado sistema, al trabajo que dichas fuerzas producirían durante un desplazamiento virtual del sistema (desplazamiento del mismo, permitido por los vínculos e *infinitamente* pequeño).

El principio de los trabajos virtuales se define de la siguiente manera.

Un sistema sometido a un conjunto de fuerzas se halla en equilibrio, cuando sea nulo o negativo el trabajo producido por tales fuerzas durante un desplazamiento virtual.

Si el desplazamiento virtual dado es reversible, el trabajo realizado es nulo.

Este principio, como toda ley física, no puede ser demostrado. Sólo es susceptible de comprobación experimental.

4. Desarrollo teórico. —

I. Líneas de influencia

Sea la viga simple de la figura 2, sobre la que actúan un vector unitario vertical a la distancia z del apoyo derecho, y v_B la reacción en B originada por dicho vector (ordenada de la línea de influencia de R_B correspondiente a la abscisa z). Tomando momentos con respecto a A se obtiene:

$$1 \cdot (l - z) + v_B \cdot l = 0$$

$$\therefore v_B = -\frac{l - z}{l} \quad [1]$$

función lineal de z , que toma los valores extremos $v_B = -1$ para $z = 0$ (cuando el vector actúa en B); y $v_B = 0$ para $z = l$ (cuando se halla sobre A).

Trazado un eje $A'B'$ y llevando sobre la vertical de B el segmento

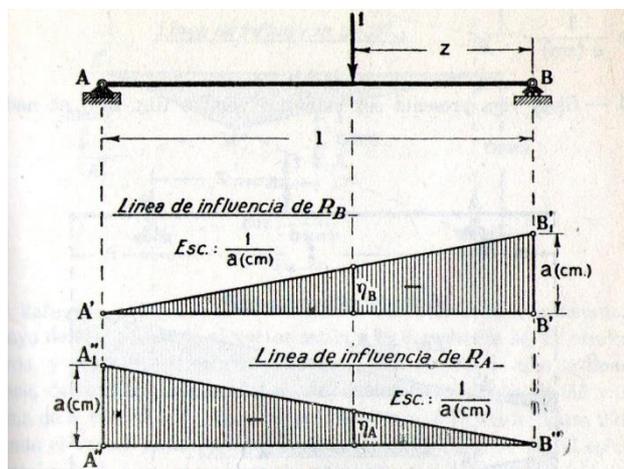


Fig. 2.

$B'B'_1 = a$ (cm) que representa la unidad, se tendrá que la recta $A'B'_1$ referida a $A'B'$ es la línea de influencia de R_B en la escala $\frac{1}{a}$ (cm).

Si η_B es la ordenada (medida en cm), el coeficiente de influencia v_B valdrá:

$$v_B = \eta_B (cm) \frac{1}{a (cm)}$$

y la reacción originada por un sistema de cargas P_i :

$$R_B = \sum_{i=1}^n P_i v_{B,i} = \sum_{i=1}^n P_i \eta_{B,i} (cm) \cdot \frac{1}{a (cm)} = \frac{1}{a (cm)} \cdot \sum_{i=1}^n P_i \eta_i$$

Por ser verticales el vector actuante y la reacción en B , lo será también la reacción en A . Por lo que la línea de influencia de la reacción en A será la de su componente vertical.

Tomando momentos con respecto a B :

$$-1 \cdot z - v_A \cdot l = 0$$

$$\therefore v_A = -\frac{z}{l}$$

también función lineal de z entre los valores $v_A = 0$ para $z = 0$ y $v_A = -1$ para $z = l$, representada por la recta $A_1''B''$ referida al eje $A''B''$, en la escala $\frac{1}{a(cm)}$.

II. Trabajos virtuales

Sea la chapa S isostáticamente sustentada, y supongamos que nos interese determinar la reacción R_B originada por una fuerza \bar{P} que actúa sobre el sistema (fig. 3, a).

Pongamos en evidencia la incógnita, suprimiendo el apoyo móvil B y aplicando, normalmente al mismo, la fuerza \bar{R}_B . Se obtiene así el sistema equivalente de la fig. (b) con un grado de libertad y en equilibrio bajo la acción de \bar{P} y \bar{R}_B .

Demos al nuevo sistema un desplazamiento virtual, al cual no puede ser otro que una rotación infinitésima alrededor de su polo $O \equiv A$.

Tracemos el diagrama de las componentes de los desplazamientos de la chapa en la dirección de \bar{P} . Para ellos tracemos un eje $A'B'$ y una recta $A'B'_e$ que lo corte en A' , proyección de A en la dirección de \bar{P} , y que forme con él el ángulo θ de rotación de la chapa, arbitrario pero infinitésimo, ampliando lo suficiente como para que las ordenadas del diagrama puedan ser medidas con aproximación aceptable.

La componente, en la dirección de \bar{P} , del desplazamiento del punto M de aplicación de la fuerza \bar{P} está dado por la ordenada $\eta = M'M'_e$ del diagrama, y el trabajo desarrollado por \bar{P} durante este desplazamiento virtual será $P \cdot \eta$.

Del desplazamiento del punto B de aplicación de \bar{R}_B , se conoce su componente $B'_e - B'$ en la dirección de \bar{P} , siendo además conocida la dirección del desplazamiento efectivo que, como es sabido, es normal a OB . Si por B' se traza pues la normal a OB , y por B'_e la normal a \bar{P} , se tendrá en $B'' - B' = \delta_B$ el desplazamiento real de B , cuya proyección sobre la dirección de \bar{R}_B es a .

El trabajo desarrollado por \bar{R}_B durante el desplazamiento virtual dado será pues $\bar{R}_B \cdot a$.

Como el desplazamiento es reversible, el trabajo de \bar{P} y \bar{R}_B , que mantienen al sistema en equilibrio, debe ser nulo, es decir.

$$P \cdot \eta + R_B \cdot a = 0$$

de donde.

$$\frac{R_B}{P} = -\frac{1}{a} \cdot \eta$$

Si R_B es la intensidad de la reacción de la fuerza \bar{P} , $\frac{R_B}{P}$ será la reacción producida por una fuerza unitaria en la posición de \bar{P} ; es decir, por definición,

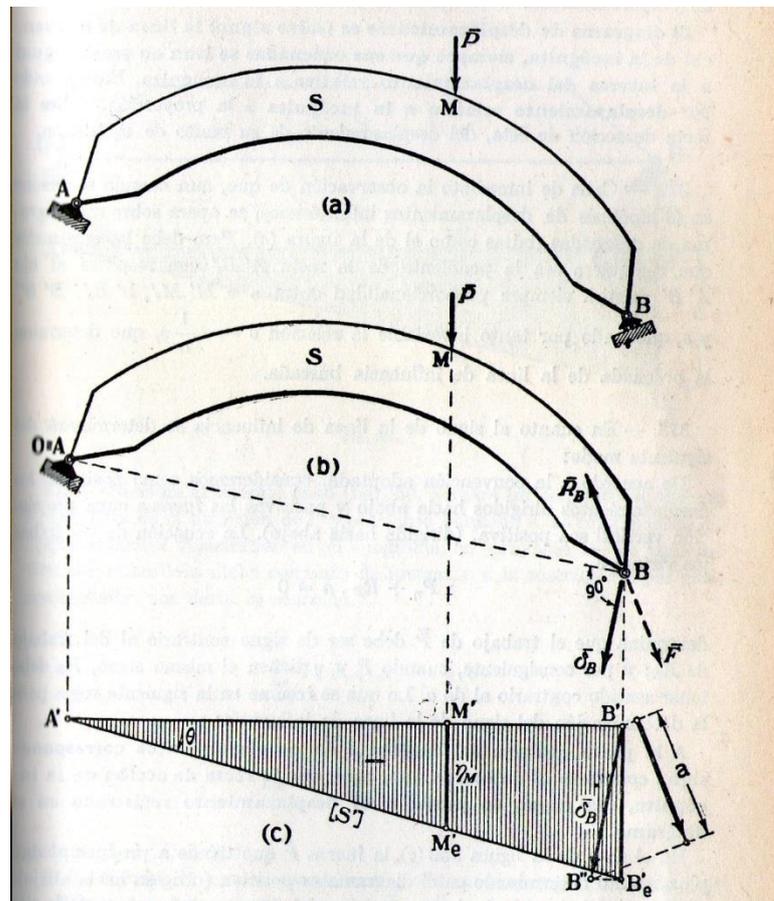


Fig. 3.

la ordenada de la línea de influencia. Llamando a ésta v , se tendrá.

$$v = -\frac{1}{a} \cdot \eta$$

Por tanto la ordenada v de la línea de influencia es proporcional a la ordenada η del diagrama de desplazamientos, siendo $-\frac{1}{a}$ el coeficiente de proporcionalidad. O lo que es lo mismo.

El diagrama de desplazamientos es (salvo signo) la línea de influencia de la incógnita, siempre que sus ordenadas se lean en escala igual a la inversa del desplazamiento relativo a la incógnita. Entendiendo por **desplazamiento relativo a la incógnita** a la proyección, sobre la recta de acción a ésta, del desplazamiento de su punto de aplicación.

En cuanto al signo de la línea de influencia se determinará del siguiente modo:

De acuerdo a la convención adoptada, consideremos como positivos los desplazamientos dirigidos hacia abajo y positivas las fuerzas cuya proyección vertical sea positiva, (dirigida hacia abajo). La ecuación de los trabajos virtuales.

$$P_\eta + R_B \cdot a = 0$$

determina que el trabajo de \bar{P} debe ser de signo contrario al del trabajo de \bar{R}_B ; y por consiguiente, cuando P y η tienen el mismo signo, R_B debe tener sentido contrario al de a . Lo que se resume en la siguiente regla para la determinación del signo de la línea de influencia:

A la parte positiva del diagrama de desplazamientos corresponde signo contrario al de fuerza que, teniendo la recta de acción de la incógnita, sea capaz de producir el desplazamiento registrado en el diagrama.

En el caso de la figura 3 (c), la fuerza \bar{F} que tiende a producir el desplazamiento determinado en el diagrama es positiva (dirigida hacia abajo); por tanto debajo del eje (parte positiva del diagrama) corresponderá a la incógnita \bar{R} el signo negativo (contrario al de \bar{F}).

En el caso particular en que el apoyo móvil B sea horizontal y normal a la dirección de la fuerza \bar{P} , hallándose además sobre la horizontal tirada desde A (viga simple) se tendrá (fig. 4) que el

desplazamiento efectivo de B es vertical, e igual a la proyección sobre la recta de acción de \bar{R}_B ; es decir $a = B'B'_e$.

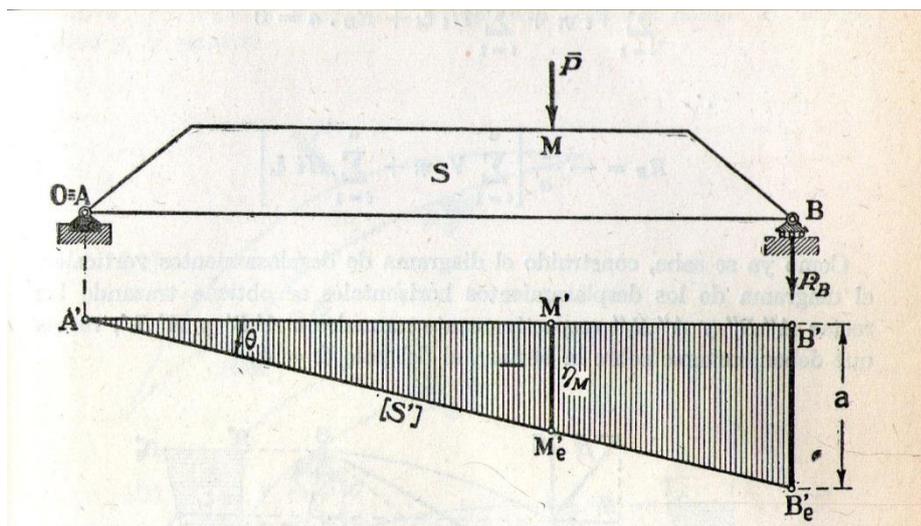


Fig. 4.

5. Aplicación práctica en un puente ferroviario. —

Generalidades. — Mediante las líneas de influencia es posible determinar los valores extremos (máximo y mínimo) de las reacciones de vínculo interno o exterior en los sistemas isostáticos, originados por un tren de cargas aisladas tales como un convoy ferroviario.

Con el objeto de reducir en lo posible el trabajo material de la investigación, se tiende hoy día a reemplazar al convoy ferroviario que ha de incidir sobre el puente por una carga uniformemente repartida equivalente al convoy. Sobre la forma de determinar la intensidad de dicha carga equivalente, y las disposiciones reglamentarias pertinentes, se ocupan los cursos de aplicación. Dicha sustitución conduce a soluciones solamente aproximadas, pero tal aproximación es siempre suficiente si se tiene en cuenta que las cargas transmitidas por las ruedas del tren tipo reglamentario no son las que corresponden al tren real que ha de circular de inmediato sobre el puente, sino las de un tren ideal más pesado que aquél, concebido con vistas al futuro, y estimadas por consiguiente con grosera aproximación.

En cuanto se refiere a la viga simple apoyada en sus extremos se debe hacerse notar que, cualquiera sea la incógnita que en ella se investiga, el estado o los estados de carga que originan los valores extremos de la misma son siempre muy simples, lo que permite determinar con poco trabajo y sin necesidad de sustituir previamente las cargas del convoy por la carga uniforme equivalente.

Dado que la viga simple apoyada en sus extremos es de uso tan frecuente en la práctica, se darán a continuación algunos de los procedimientos gráficos más comúnmente utilizados.

Trenes-tipo Argentinos. — El reglamento de los ferrocarriles argentinos ha adoptado los tipos de trenes detallados en la figura 5 para el cálculo de puentes ferroviarios.

Además, para el cálculo de vigas de pequeña luz, ha establecido los trenes de dos ejes de la figura 6, que representan dos de los ejes más pesados de una locomotora de pasajeros la cual, aun cuando en conjunto sea más liviana que la correspondiente de carga de la figura 5, puede por razones técnicas tener ejes más pesados que aquélla.

El reglamento argentino dispone por otra parte que el tren deberá estar formado por dos locomotoras a la cabeza seguidas de vagones hacia un solo lado.

Las cargas transcriptas son cargas por eje, correspondiendo a cada rueda la mitad.

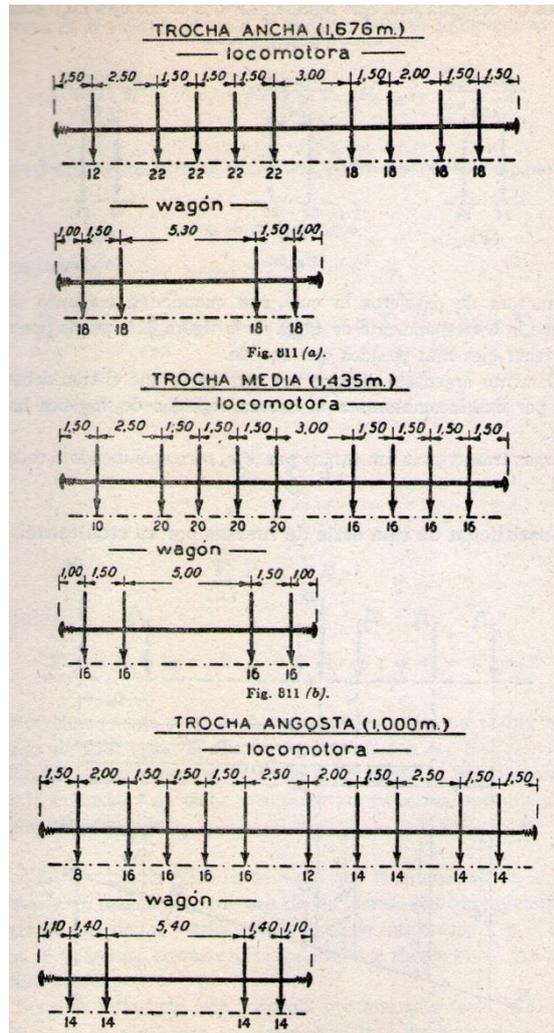


Fig. 5.

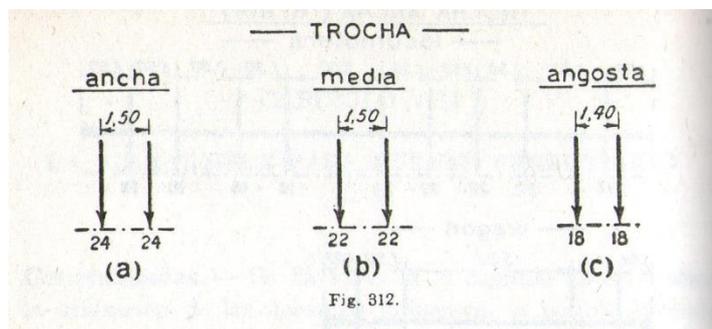


Fig. 6.

Los puentes de ferrocarril son comúnmente analizados por una serie de cargas ideadas por Theodore Cooper. Estas cargas se nombran por E seguido de su valor de la carga. Estas cargas puntuales idealizan dos locomotoras seguidas por una carga uniforme repartido que representa los vagones.

Cooper introdujo su tren de cargas en el año 1894; que fue llamado carga E-40; representada en la figura 7.

Se asume que el tren tiene una carga de 40.000 libras (18,18Ton) en el eje motor de la máquina.

Desde que este sistema fue introducido; los pesos de los ferrocarriles se han incrementado notoriamente, hasta la actualidad que los puentes son diseñados en base a cargas E-72; E-80 y E-90; aunque las E-90 no son usuales.

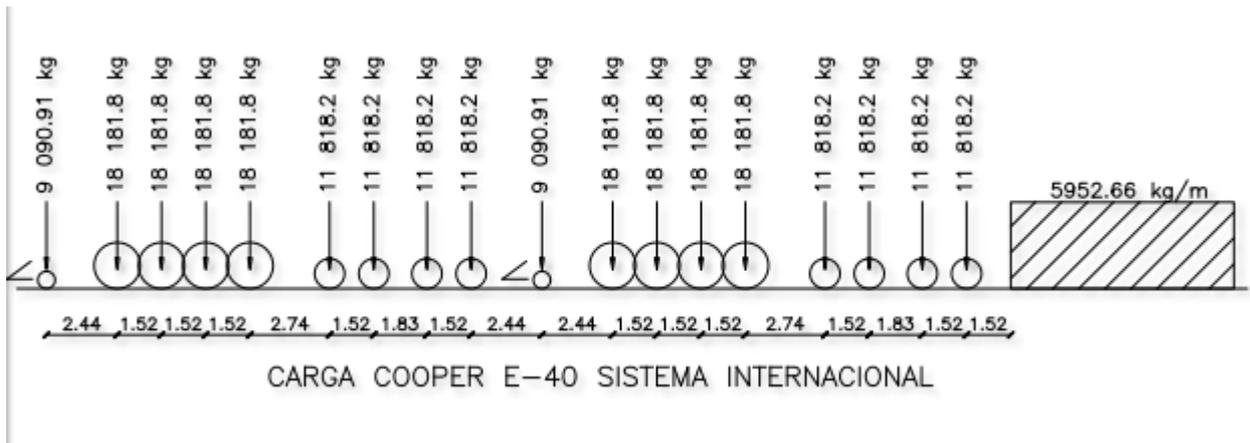


Fig. 7.

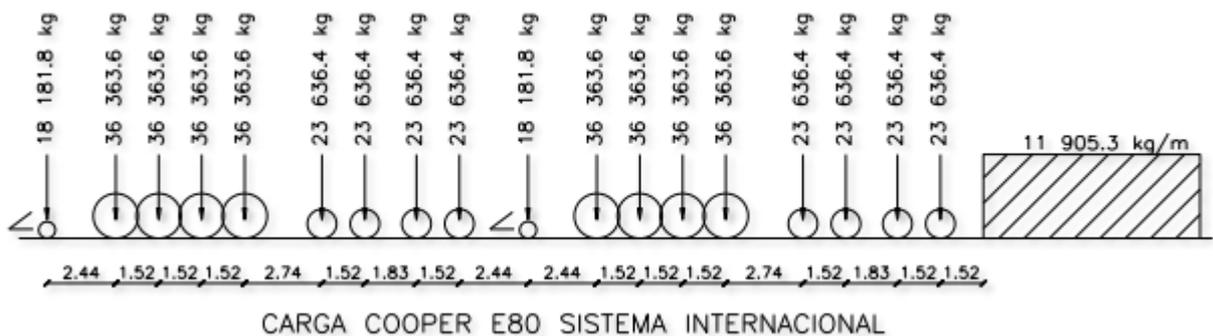


Fig. 8.

Se desarrolla en este apartado el diseño íntegro, con ayuda de programas computacionales, de un puente ferroviario en acero de vigas I de alma llena con tablero superior. En primera instancia se efectúa el pre dimensionamiento de los elementos estructurales en base a las relaciones proporcionales que deben tener estos entre sí para conformar la estabilidad global de la estructura.

Luego se estiman todas las fuerzas que actúan en la estructura. Al conocer las fuerzas actuantes, se analiza los máximos esfuerzos que generan y en base a estos esfuerzos se procede al diseño. El diseño abarca los elementos principales de la estructura como las vigas maestras, los arriostramientos laterales y horizontales, así como los elementos secundarios como rigidizadores transversales, de apoyo, platabandas. A continuación se presentan fotografías de la tipología estructural de la que se va a efectuar el diseño en el ejemplo.



Fig. 9.

Pre dimensionamiento. — El pre dimensionamiento se lo hace en base a relaciones geométricas y proporciones adecuadas que deben tener los de los elementos estructurales para que la estructura sea estable. Además se basa en la experiencia de puentes existentes. A continuación se muestra el proceso:

DATOS	
LUZ DEL PUENTE	22.00 metros
ANCHO DEL TABLERO	3 metros

PREDIMENSIONAMIENTO	
<u>VIGA MAESTRA</u>	
<u>ALTURA h</u>	
$H = \frac{L}{10}$ a $\frac{L}{12}$ →	H = 2 m
	H asumido = 2 m
<u>ESPESOR ALMA tw</u>	
$tw = \frac{H}{200}$ →	tw = 10 mm
	tw asumido = 10 mm
<u>BASE DE LA VIGA</u>	
$b = \frac{H}{5}$ →	b = 0.40 m
	b asumido = 0.4 m

ESPESOR ALAS	
$tf = \frac{H}{150}$ →	tf = 13 mm
	tf asumido = 15 mm

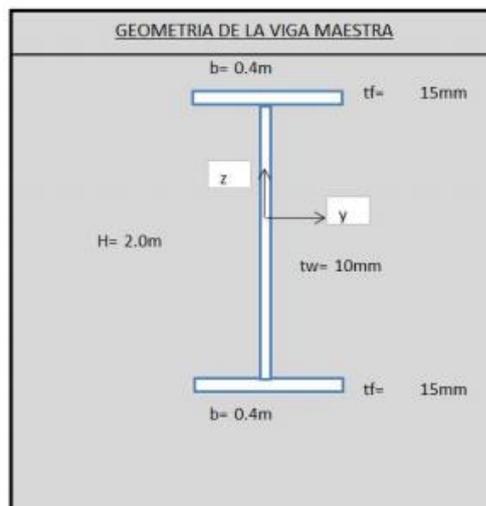




Fig. 10.

La separación entre las vigas principales no debe ser menor a $L/12$ para que la súper estructura no sea inestable. Además se indica el pre dimensionamiento de los diafragmas (arriostramientos laterales), arriostramiento horizontal y rigidizadores.

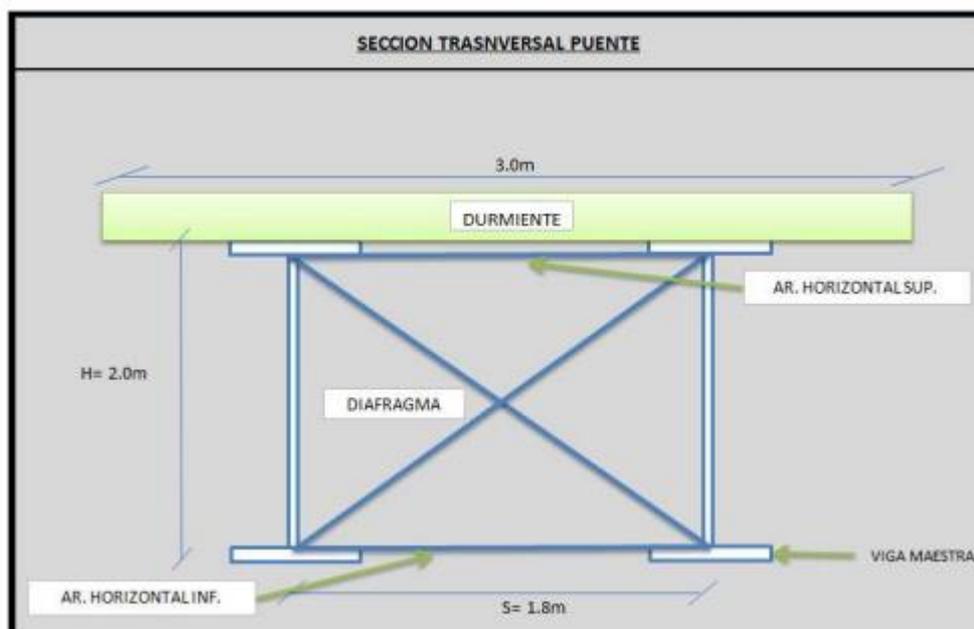
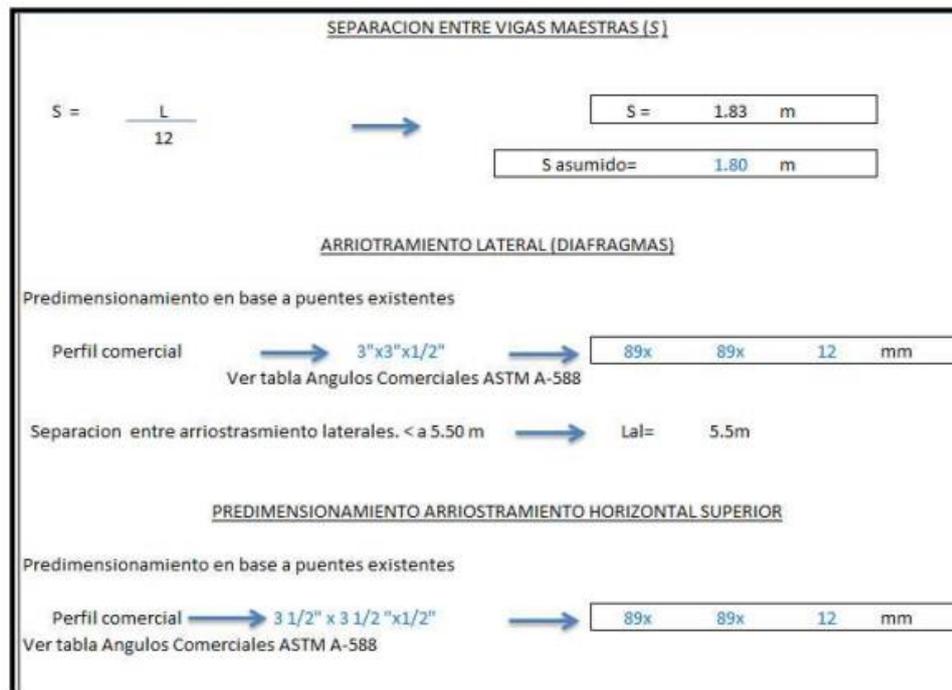


Fig. 11.

Datos de la locomotora requeridos para el diseño y estimación de fuerzas actuantes. — En este apartado se muestra la estimación de todas las acciones que actúan sobre la súper estructura como carga muerta, carga viva, fuerzas laterales, acciones dinámicas.

Estimación Fuerzas y Esfuerzos por Carga Muerta. — A partir de los datos obtenidos de la fase de pre dimensionamiento, se procede a realizar la estimación de carga muerta que actuará sobre un riel de la vía principal que soporta la carga de un eje de la locomotora y la mitad del peso propio de la súper estructura.

Estimación de carga muerta proveniente de un eje de la vía. —

<u>CARGA MUERTA</u>	Cálculo para un eje.
Vía Férrea. (Código Arema)	300.00 kg/m
Vigas Maestras.	
Alas	94.20 kg/m
Alma	157.0 kg/m
Arriostramiento Lateral	+ 12.30 kg/m
Arriostramiento Horizontal Sup e inf.	50.30 kg/m
Rigidizadores	14.71 kg/m
Platabandas.	51.81 kg/m
Accesorios uniones	30 kg/m
	<hr/>
TOTAL.	710.33 kg/m

Fig. 12.

Se muestra en los siguientes gráficos la carga distribuida por el peso propio de la estructura, y los diagramas de corte y flexión que esta carga genera.



Fig. 13. Carga distribuida aplicada a una de las dos vigas principales.

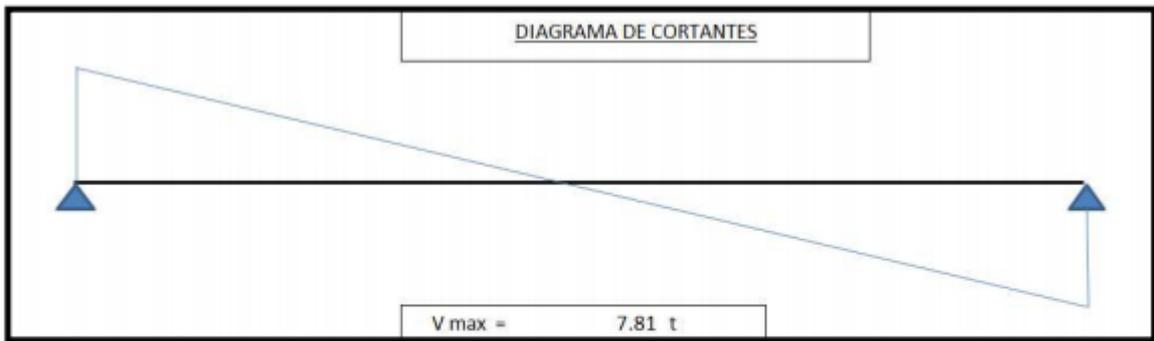


Fig. 14. Diagrama de fuerzas de corte debido a carga muerta de la súper estructura aplicado a una de las dos vigas principales.

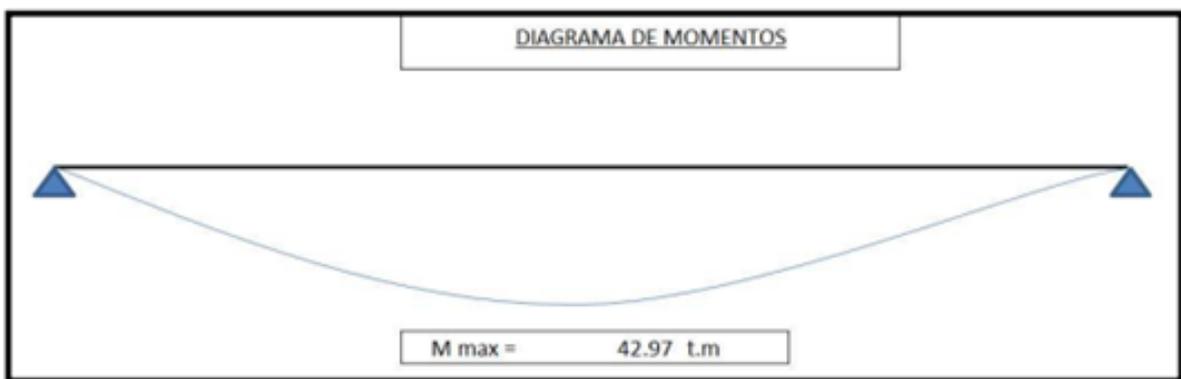


Fig. 15. Diagrama de momentos debido a carga muerta de la súper estructura aplicado a una de las dos vigas principales.

Estimación de Fuerzas y Esfuerzos por Carga Viva. — La carga viva se aplica en este caso por medio del tren de cargas Cooper E-40. Por este método se encuentra el cortante máximo generado el cual se presenta a continuación:

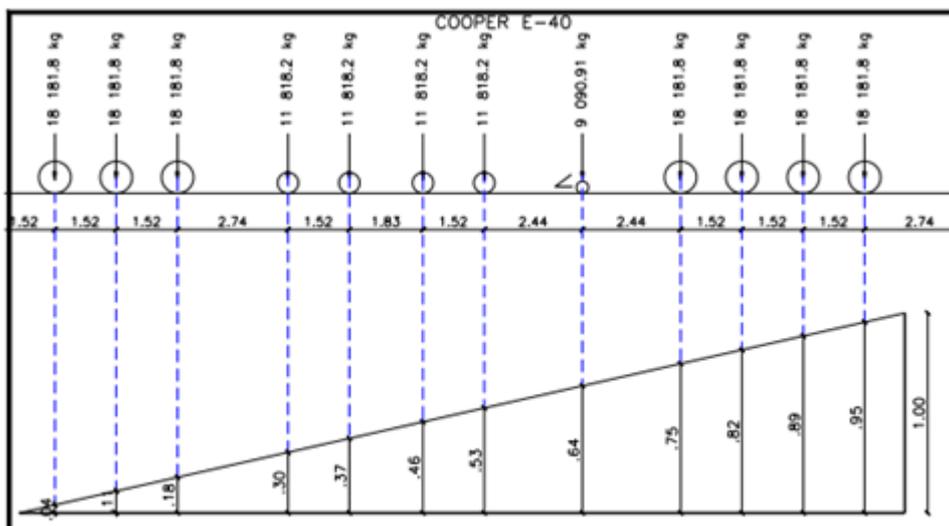


Fig. 16. Aplicación de la carga Cooper E40 a la línea de influencia por corte.

Cálculo de esfuerzo cortante máximo debido a la carga móvil Cooper E-40. —

CORTANTE A (L)		
Ordenada L. influencia	Carga Móvil 1 EJE (t)	CORTANTE (t)
0.04	9.09	0.36
0.11	9.09	1.00
0.18	9.09	1.64
0.30	5.91	1.77
0.37	5.91	2.19
0.46	5.91	2.72
0.53	5.91	3.13
0.64	4.55	2.91
0.75	9.09	6.82
0.82	9.09	7.45
0.89	9.09	8.09
0.95	9.09	8.64
	V max =	46.72 t

Fig. 17.

Para el diseño a flexión de las vigas principales, se ha dividido a éstas en 8 secciones iguales en el sentido longitudinal como se aprecia en la siguiente figura. Además estos límites se usan para la disposición de las platabandas que son diseñadas netamente para resistir flexión en las zonas más críticas. Luego se debe hallar los momentos de flexión por carga viva cada L/8, 2,75 metros, por medio de líneas de influencia y aplicar el tren de cargas Cooper E-40.

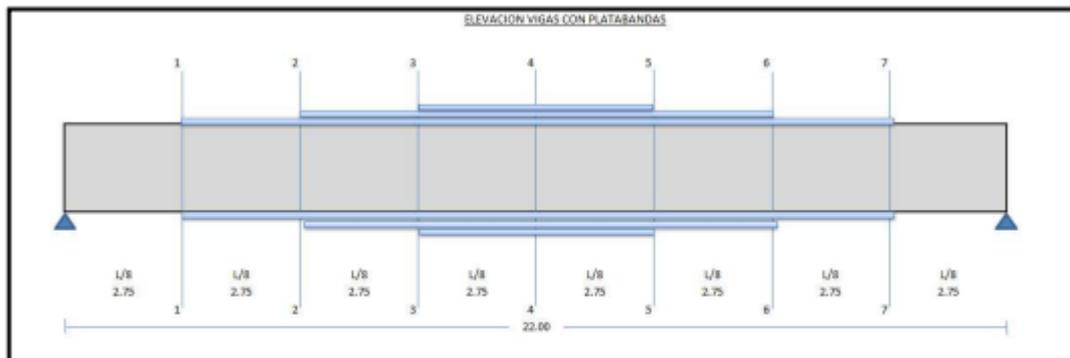


Fig. 18. Elevación de vigas principales con platabandas.

Línea de influencia a $\frac{1}{2}$ de L, 11 metros. — Se presenta la línea de influencia a un $\frac{1}{2}$ de la luz, es decir a 11 metros del apoyo, y luego es cargada con el tren de carga Cooper E-40, de forma que coincida el punto más alto de la línea de influencia 5,50 t.m con las cargas puntuales más altas del tren de Cooper E-40, esto con el propósito de generar el momento máximo.

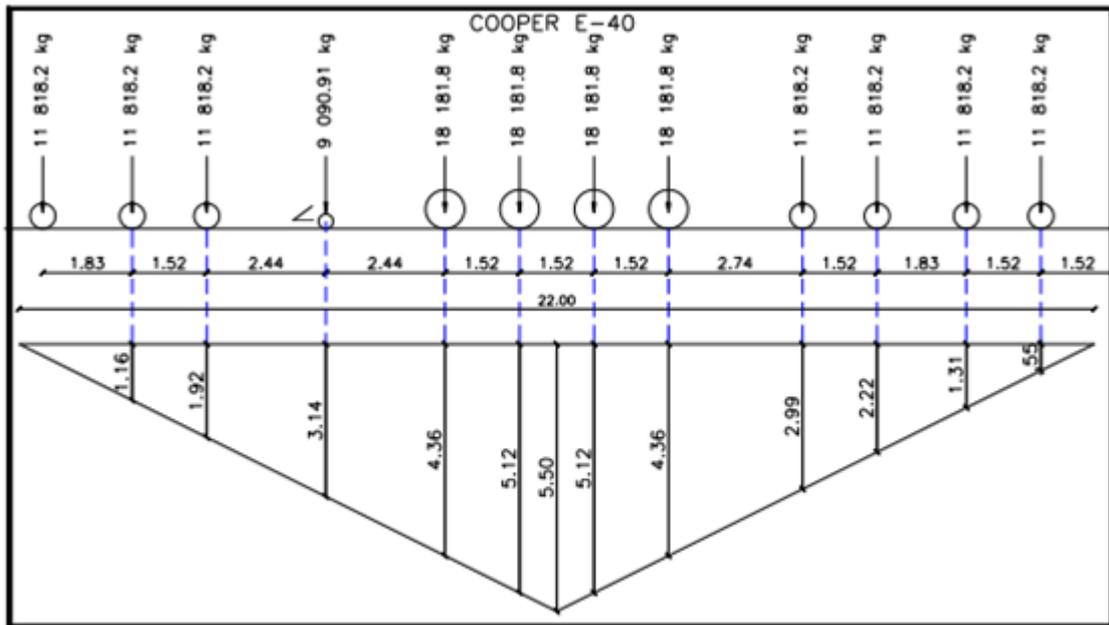


Fig. 19. Aplicación de tren de cargas Cooper E40 sobre la línea de influencia de momentos a $\frac{1}{2}$ de la luz.

Cálculo de momento máximo generado por la carga móvil a $\frac{1}{2}$ de la luz. —

MOMENTO A (L/2)			
Ordenada L. influencia	Carga Móvil 2 EJES (t)	Carga Móvil 1 EJE (t)	MOMENTO (t.m)
1.16	11.81	5.91	6.85
1.92	11.81	5.91	11.34
3.14	9.09	4.55	14.27
4.36	18.18	9.09	39.63
5.12	18.18	9.09	46.54
5.12	18.18	9.09	46.54
4.36	18.18	9.09	39.63
2.99	11.81	5.91	17.66
2.22	11.81	5.91	13.11
1.31	11.81	5.91	7.74
0.55	11.81	5.91	3.25
	M max	246.55 t.m	

Fig. 20.

6. Conclusiones. —

- Cuando las alas de la viga principal son más largas se obtiene una mayor inercia y radio de giro con respecto al eje Z, lo que provoca mayor estabilidad de la viga con respecto a la torsión y una mayor longitud permisible sin arriostrar, siendo esto una ventaja en la fase de construcción; no obstante se debe señalar que este crecimiento en la longitud de las alas puede provocar un efecto negativo como es el que las alas sean susceptibles a pandeo local.
- La utilización de platabandas ayuda a disponer mayor cantidad de acero en las zonas donde más se requiera por esfuerzos de flexión, además de tener una sección mucho más rígida en el centro del vano para disminuir la deflexión causada por la carga viva.
- El descarrilamiento en un puente es un evento muy poco probable, y diseñar la estructura para dicho evento, tendría un costo muy elevado.

7. Bibliografía. —

- Ing. Enrique Panseri, Curso medio de Estática Gráfica (11^{ma} edición).
- Ing. Humberto Meoli, Lecciones de Estática Gráfica (10^{ma} edición), 1976.
- Diseño de súper estructura de puentes metálicos isostáticos:

<https://repositorio.espe.edu.ec/bitstream/21000/4533/2/T-ESPE-032703-A.pdf>