Apéndice I. Notación y resultados matemáticos interesantes

Conjuntos de números

N conjunto de los números naturales; $\mathbf{N_0} = \mathbf{N}\cup\{0\}$; **Z** conjunto de los números enteros; **R** conjunto de los números reales; **C** conjunto de los números complejos.

Desigualdades en R Sean $a, b \in \mathbf{R}$ tales que $a<b$ entonces se satisfacen las siguientes leyes:

ley de orden para la suma: $a+c<b+c \quad \forall c\in\mathbf{R}$

ley de orden para el producto: $\begin{cases} a\cdot c<b\cdot c & c\in\mathbf{R}_{>0} \\ a\cdot c=b\cdot c & c=0 \\ a\cdot c>b\cdot c & c\in\mathrm{R}_{<0}\end{cases}$

Factorial Sea $n \in \mathbf{N_0}$, $n!\equiv\begin{cases}1 \text{ si } n=0 \\ n\cdot(n-1)! \text{ si } n\in\mathbf{N}\end{cases}$, esto es $n! = n\cdot(n-1)\cdot(n-2)\cdots 3\cdot 2\cdot 1$

Número combinatorio $C_{n,k}=\binom{n}{k}=\dfrac{n!}{(k!)[(n-k)!]}$ $n,k\in\mathbf{N_0}$, $n\geq k$; $\binom{n}{k}\in\mathbf{N}$

1) Números combinatorios complementarios: $C_{n,k}=C_{n,n-k}$.

2) $C_{n,0}=C_{n,n}=1$; **3)** $C_{n,1}=n$; **4)** $C_{n,k}=C_{n-1,k-1}+C_{n-1,k}$.

Triángulo de Tartaglia Cada elemento intermedio de una fila se obtiene sumando los dos elementos que se encuentran en la fila inmediatamente anterior, a partir de un triángulo inicial de 1, y los extremos de cada fila siempre valen 1.

$$\begin{array}{ccccccc} & & & C_{0,0} & & & \\ & & C_{1,0} & & C_{1,1} & & \\ & C_{2,0} & & C_{2,1} & & C_{2,2} & \\ C_{3,0} & & C_{3,1} & & C_{3,2} & & C_{3,3} \\ & & & \vdots & & & \end{array} \equiv \begin{array}{ccccccc} & & & 1 & & & \\ & & 1 & & 1 & & \\ & 1 & & 2 & & 1 & \\ 1 & & 3 & & 3 & & 1 \\ & & & \vdots & & & \end{array}$$

Binomio de Newton

$$(a+b)^n=\sum_{k=0}^{n}\left[\binom{n}{k}\ a^{n-k}b^k\right]=\binom{n}{0}\ a^n b^0+\binom{n}{1}\ a^{n-1}b^1+\cdots+\binom{n}{n-1}\ a^1 b^{n-1}+\binom{n}{n}\ a^0 b^n,\ n\in\mathbf{N_0}$$

Por ej.: $(a+b)^3=1\cdot a^3b^0+3\cdot a^2b^1+3\cdot a^1b^2+1\cdot a^0b^3$; $(a-b)^3=1\cdot a^3b^0-3\cdot a^2b^1+3\cdot a^1b^2-1\cdot a^0b^3$

Sumatoria $\displaystyle\sum_{k=1}^{n}a_k=a_1+a_2+a_3+\cdots+a_{n-1}+a_n$ con $n\in\mathbf{N}$

En general toma la forma $\displaystyle\sum_{k=z_1}^{z_2}a_k$ con $z_1, z_2\in\mathbf{Z}\ \wedge\ z_1\leq z_2$; número de sumandos: z_2-z_1+1

1) Índice mudo: $\displaystyle\sum_{k=1}^{n}a_k=\sum_{r=1}^{n}a_r$

2) Corrimiento de índice: $\displaystyle\sum_{k=1}^{n}a_k=\sum_{k=1+z}^{n+z}a_{k-z},\ z\in\mathbf{Z}$

3) Propiedad distributiva con respecto a la suma de sumatorias: $\displaystyle\sum_{k=1}^{n}(a_k+b_k)=\sum_{k=1}^{n}a_k+\sum_{k=1}^{n}b_k$

4) Extracción de factores constantes: $\sum_{k=1}^{n}(\alpha\cdot a_k)=\alpha\cdot\sum_{k=1}^{n}a_k$

5) Descomposición en dos sumatorias: $\sum_{k=1}^{n}a_k=\sum_{k=1}^{h}a_k+\sum_{k=h+1}^{n}a_k$ con $1\le h<n$

6) Casos particulares.

$$\sum_{k=1}^{n}1=1+1+\cdots+1=n\,;\ \sum_{k=1}^{n}k=1+2+\cdots+n=\frac{n\cdot(n+1)}{2}\,;\ \sum_{i=1}^{n}k^2=\frac{1}{6}n(n+1)(2n+1)$$

Suma términos de una sucesión geométrica:

$$S_n=\sum_{k=1}^{n}aq^{k-1}=a+aq+aq^2+\cdots+aq^{n-1}=a\frac{1-q^n}{1-q}\text{con}\,q\neq 1$$

Series convergentes

Serie geométrica: Límite de S_n correspondiente a una sucesión geométrica

$$\lim_{n\to\infty}S_n=\sum_{k=1}^{\infty}aq^{k-1}=\lim_{n\to\infty}\left[\frac{a}{1-q}-\frac{aq^n}{1-q}\right]=\frac{a}{1-q}\ \text{ con } |q|<1$$

Exponencial: $\sum_{n=0}^{\infty}\frac{x^n}{n!}=1+x+\frac{x^2}{2!}+\frac{x^3}{3!}+\cdots=e^x$

Integrales indefinidas

$$\int(a+bx)^n\,dx=\frac{(a+bx)^{n+1}}{b(n+1)}\quad b\neq 0,n\neq -1$$

$$\int\frac{dx}{a+bx}=\frac{1}{b}\ln|a+bx|\quad b\neq 0$$

$$\int\frac{dx}{a^2+b^2x^2}=\frac{1}{ab}\tan^{-1}\left(\frac{bx}{a}\right)\quad a\neq 0,b\neq 0$$

$$\int e^{ax}dx=\frac{e^{ax}}{a}\quad a\neq 0$$

$$\int xe^{ax}dx=\frac{e^{ax}}{a^2}(ax-1)\quad a\neq 0$$

$$\int x^ne^{ax}dx=\frac{1}{a}x^ne^{ax}-\frac{n}{a}\int x^{n-1}e^{ax}dx\quad a\neq 0,n>0$$

Apéndice II. Algunas variables aleatorias con distribuciones especiales

Variables aleatorias discretas

Bernoulli con parámetro *p*, *X*~Be(*p*)

Para $0<p<1$, $f_X(x) = \begin{cases} p & x=1 \\ 1-p & x=0 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$, $F_X(x) = \begin{cases} 0 & x<0 \\ 1-p & 0 \le x < 1 \\ 1 & x \ge 1 \end{cases}$

$E(X) = p$; $V(X) = p(1-p)$

Binomial con parámetros *n* y *p*. *X*~Bin(*n*, *p*)

$$P(X=k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}, \quad k = 0,1,2,\cdots,n-1,n$$

$F_X(x) = P(X \le x) = \begin{cases} 0 & x<0 \\ \sum_{k=0}^{[x]} \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k} & 0 \le x \le n \\ 1 & x > n \end{cases}$, donde $[x]$ es la parte entera de x

$E(X) = np$; $V(X) = np(1-p)$

Geométrica con parámetro *p*. *X*~Geo(*p*)

$$P(X=k) = (1-p)^{k-1} p, \quad k = 1,2,\cdots$$

$E(X) = \dfrac{1}{p}$; $V(X) = \dfrac{1-p}{p^2}$

Poisson con parámetro λ. *X*~P(λ)

$$P(X=k) = e^{-\lambda} \frac{\lambda^k}{k!}, \quad k = 0,1,2,\cdots$$

$E(X) = \lambda$; $V(X) = \lambda$

Moda (el valor más probable de *X*): Si λ no es un entero $\Rightarrow$ máximo entero menor a λ.
Si λ es un entero $\Rightarrow$ λ y $\lambda-1$ ambos valores son moda.

Variables aleatorias continuas

Exponencial con parámetro α, *X*~Exp(α)

Con $\alpha>0$, $f_X(x) = \begin{cases} \alpha e^{-\alpha x} & x \ge 0 \\ 0 & x<0 \end{cases}$; $F_X(x) = \begin{cases} 1-e^{-\alpha x} & x \ge 0 \\ 0 & x<0 \end{cases}$

$E(X) = \dfrac{1}{\alpha}$; $V(X) = \dfrac{1}{\alpha^2}$

Normal o gaussiana con parámetros μ y σ², *X*~N(μ;σ²)

Para $\sigma>0$ y $\mu \in \mathbf{R}$, $f_X(x) = \dfrac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}$; $F_X(x) = \Phi\left(\dfrac{x-\mu}{\sigma}\right)$

$E(X) = \mu$; $V(X) = \sigma^2$

Laplace

Para $b>0$ y $a\in\mathbf{R}$, $f_X(x)=\frac{b}{2}e^{-b|x-a|}$; $F_X(x)=\begin{cases}\frac{1}{2}e^{-b(x-a)} & x<a\\ 1-\frac{1}{2}e^{-b(x-a)} & x\geq a\end{cases}$

$E(X)=a$ **;** $V(X)=\frac{2}{b^2}$

Exponencial de doble lado

$f_X(x)=\begin{cases}p\lambda e^{-\lambda x} & x\geq 0\\ (1-p)\lambda e^{\lambda x} & x<0\end{cases}$, $\lambda>0$, $0<p<1$

$E(X)=\frac{2p-1}{\lambda}$; $V(X)=\frac{2}{\lambda^2}-\left(\frac{2p-1}{\lambda}\right)^2$

Rayleigh

Para $b>0$ y $a\in\mathbf{R}$, $f_X(x)=\begin{cases}\frac{1}{b^2}(x-a)e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-a}{b}\right)^2} & x\geq a\\ 0 & x<a\end{cases}$; $F_X(x)=\begin{cases}0 & x<a\\ 1-e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-a}{b}\right)^2} & x\geq a\end{cases}$

$E(X)=a+b\sqrt{\frac{\pi}{2}}$ **;** $V(X)=\frac{b^2(4-\pi)}{2}$

Uniforme con parámetros *a* y *b*, *X*~U[*a*; *b*]

$a\in\mathbf{R}$, $b\in\mathbf{R}$, $a<b$, $f_X(x)=\begin{cases}\frac{1}{b-a} & a\leq x\leq b\\ 0 & \text{en otro caso}\end{cases}$

$F_X(x)=\begin{cases}0 & x<a\\ \frac{x-a}{b-a} & a\leq x\leq b\\ 1 & x>b\end{cases}$

$E(X)=\frac{a+b}{2}$**,** $V(X)=\frac{(b-a)^2}{12}$

Weibull (físico sueco Ernst Hjalmar Waloddi Weibull 1887-1979)

Para $a>0$, $b>0$, $f_X(x)=\begin{cases}abx^{b-1}e^{-ax^b} & x\geq 0\\ 0 & x<0\end{cases}$; $F_X(x)=\begin{cases}\left[1-e^{-ax^b}\right] & x\geq 0\\ 0 & x<0\end{cases}$

Si $b=1$, se transforma en la variable aleatoria exponencial.
Si $b=2$, se transforma en la variable aleatoria con distribución Rayleigh.

Desigualdad de Tchebyshev

X variable aleatoria con media μ y varianza σ^2

$$P(|X-\mu|\geq c)\leq\frac{\sigma^2}{c^2},\quad \forall c>0$$

Con $c=k\sigma$, $P(|X-\mu|\geq k\sigma)\leq\frac{1}{k^2}$

$$P(|M_n-p|\geq\varepsilon)\leq\frac{p(1-p)}{n\varepsilon^2},\quad \forall c>0$$

APÉNDICE III: ALGUNAS FUNCIONES ESTADÍSTICAS RELATIVAS A DISTRIBUCIONES DE VARIABLES ALEATORIAS EN EXCEL

DISTR.BINOM

Devuelve la probabilidad de una variable aleatoria discreta siguiendo una distribución binomial. Se utiliza DISTR.BINOM en problemas con un número fijo de pruebas o ensayos, *n*, cuando los resultados de un ensayo son sólo éxito o fracaso, cuando los ensayos son independientes y cuando la probabilidad de éxito, *p*, es constante durante todo el experimento.

Sintaxis

DISTR.BINOM(núm_éxito;ensayos;prob_éxito;acumulado)

núm_éxito: es el número de éxitos en los ensayos.
ensayos: es el número de ensayos independientes.
prob_éxito: es la probabilidad de éxito en cada ensayo.
acumulado: es un valor lógico que determina la forma de la función. Si el argumento acumulado es VERDADERO, DISTR.BINOM devuelve el valor de la función de distribución acumulada, que es la probabilidad de que sucedan a lo sumo un número de éxitos dado en núm_éxitos; si es FALSO, devuelve el valor de la función de masa de probabilidad en núm_éxitos, esto es la probabilidad de que un evento se reproduzca un número de veces igual al argumento núm_éxito.

Observaciones

- Los argumentos núm_éxito y ensayos se truncan a enteros.
- Si el argumento núm_éxito, ensayos o prob_éxito no es numérico, DISTR.BINOM devuelve el valor de error #¡VALOR!
- Si el argumento núm_éxito<0 o si núm_éxito>ensayos, DISTR.BINOM devuelve el valor de error #¡NUM!
- Si el argumento prob_éxito<0 o si prob_éxito>1, DISTR.BINOM devuelve el valor de error #¡NUM!
- La ecuación para la función de masa de probabilidad binomial (acumulado=FALSO) es:

$$P(X=x)=b(x;n,p)=\binom{n}{x}p^{n}(1-p)^{n-x} \text{ con } x=0,1,2,...,n-1,n,$$

  donde $\binom{n}{x}=C_{n,x}$ es el número combinatorio COMBINAT(n; x).
- Cuando acumulado=VERDADERO, la respuesta es la distribución binomial acumulada desde 0 hasta el núm_éxito:

$$P(X\leq x)=B(x;n,p)=\sum_{k=0}^{x}b(k;n,p)=\sum_{k=0}^{n}\binom{n}{k}p^{k}(1-p)^{n-k} \text{ con } x=0,1,2,...,n-1,n.$$

Ejemplo

	A	B
1	**Datos**	**Descripción**
2	6	Valor ***x***, número de éxitos obtenidos
3	10	***n*** número de ensayos independientes
4	0,50	***p***, probabilidad de éxito en cada ensayo
5	**Fórmula**	Descripción y **resultado**
6	=DISTR.BINOM(A2;A3;A4;VERDADERO)	$F(X=x)=P(X\leq x)=$**0,828125**
7	=DISTR.BINOM(A2;A3;A4;FALSO)	$f(X=x)=$**0,205078**

BINOM.CRIT

Devuelve el menor valor cuya distribución binomial acumulativa es menor o igual que un valor de criterio. Se utiliza esta función en aplicaciones de control de calidad. Por ejemplo, se usa BINOM.CRIT para determinar el mayor número de piezas defectuosas que una cadena de montaje pueda producir sin tener por ello que rechazar todo el lote.

Sintaxis

BINOM.CRIT(**ensayos**;**prob_éxito**;**alfa**)

ensayos: es el número de ensayos Bernoulli, *n*.
prob_éxito: es la probabilidad de éxito en cada ensayo, *p*.
alfa: es el valor del criterio.

Observaciones

- Si uno de los argumentos no es numérico, BINOM.CRIT devuelve el valor de error #¡VALOR!
- Si el argumento ensayos no es un entero, se trunca.
- Si el argumento ensayos<0, BINOM.CRIT devuelve el valor de error #¡NUM!
- Si el argumento prob_éxito<0 o si prob_éxito>1, BINOM.CRIT devuelve el valor de error #¡NUM!
- Si alfa<0 o si alfa>1, BINOM.CRIT devuelve el valor de error #¡NUM!

Ejemplo

	A	B
1	**Datos**	**Descripción**
2	10	Valor ***n***, número de ensayos independientes
3	0,50	***p***, probabilidad de éxito en cada ensayo
4	0,75	Valor de criterio α
5	**Fórmula**	Descripción y **resultado**
6	= BINOM.CRIT(A2;A3;A4)	*min*(*x*) tal que $P(X \leq x) \geq \alpha \Rightarrow$ **x=6**

==================================

DISTR.HIPERGEOM

Devuelve la probabilidad para una variable aleatoria discreta siguiendo una distribución hipergeométrica. La función DISTR.HIPERGEOM devuelve la probabilidad de obtener un número determinado de "éxitos" en una muestra, conocidos el tamaño de la muestra, *n*, el número de éxitos de la población, *M*, y el tamaño de la población, *N*. Se utiliza DISTR.HIPERGEOM en problemas con una población finita, donde cada observación sea un éxito o un fracaso, y donde cada subconjunto de un tamaño determinado pueda elegirse con la misma posibilidad.

Sintaxis

DISTR.HIPERGEOM(**muestra_éxito**;**núm_de_muestra**;**población_éxito**;**núm_de_población**)

muestra_éxito: es el número de éxitos en la muestra, *x*.
núm_de_muestra: es el tamaño de la muestra, *n*.
población_éxito: es el número de éxitos en la población, *M*.
núm_de_población: es el tamaño de la población, *N*.

Observaciones

- Todos los argumentos se truncan a enteros.
- Si uno de los argumentos no es numérico, DISTR.HIPERGEOM devuelve el valor de error #¡VALOR!
- Si el argumento muestra_éxito<0 o si muestra_éxito es mayor que el mínimo entre el argumento núm_de_muestra o núm_de_población, DISTR.HIPERGEOM devuelve el valor de error #¡NUM!
- Si el argumento muestra_éxito es menor que el máximo entre 0 o (núm_de_muestra - núm_de_población + población_éxito), DISTR.HIPERGEOM devuelve el valor de error #¡NUM!

- Si el argumento núm_de_muestra<0 o si núm_de_muestra>núm_de_población, DISTR.HIPERGEOM devuelve el valor de error #¡NUM!
- Si el argumento población_éxito<0 o si población_éxito>núm_de_población, DISTR.HIPERGEOM devuelve el valor de error #¡NUM!
- Si el argumento núm_de_población<0, DISTR.HIPERGEOM devuelve el valor de error #¡NUM!
- La ecuación para la distribución hipergeométrica es:

$$P(X=x)=h(x;n,M,N)=\frac{\binom{M}{x}\binom{N-M}{n-x}}{\binom{N}{n}}$$

  donde x=muestra_éxito; n=núm_de_muestra; M=población_éxito; N=núm_de_población.
  La función DISTR.HIPERGEOM se utiliza en muestreos sin reemplazo, a partir de una población finita.

Ejemplo

Una caja de bombones contiene 20 piezas. Ocho de ellas contienen caramelo y las 12 restantes contienen nueces. Si una persona selecciona 4 bombones al azar, la siguiente función devuelve la probabilidad de que exactamente 2 contengan caramelo.

	A	B
1	**Datos**	**Descripción**
2	2	Valor ***x***, número de éxitos en la muestra
3	4	***n*** tamaño de la muestra
4	8	***M***, número de éxitos en la población
5	20	***N*** tamaño de la población
6	**Fórmula**	Descripción y **resultado**
7	=DISTR.HIPERGEOM(A2;A3;A4;A5)	P(X=x)=**0,13869969**

==================================

POISSON

Devuelve la distribución de Poisson. Una de las aplicaciones comunes de la distribución de Poisson es la predicción del número de sucesos en un determinado período de tiempo, como por ejemplo, el número de automóviles que se presenta a una zona de peaje en el intervalo de un minuto.

Sintaxis

POISSON(**x**;**media**;**acumulado**)

x: es el número de sucesos.
media: es el valor numérico esperado, λ.
acumulado: es un valor lógico que determina la forma de la distribución de probabilidad devuelta. Si el argumento acumulado es VERDADERO, POISSON devuelve la probabilidad acumulada de que la variable aleatoria X con distribución Poisson ocurra un número de veces comprendido entre 0 y x inclusive; si el argumento acumulado es FALSO, la función POISSON devuelve la probabilidad de que X ocurra exactamente x veces.

Observaciones

- Si el argumento x no es un entero, se trunca.
- Si los argumentos x o media no son numéricos, POISSON devuelve el valor de error #¡VALOR!
- Si $x\leq 0$, POISSON devuelve el valor de error #¡NUM!
- Si media≤0, POISSON devuelve el valor de error #¡NUM!
- POISSON se calcula como:

  Si el argumento acumulado=FALSO: $P(X=x)=\dfrac{e^{-\lambda}\lambda^{x}}{x!}$ con x=0, 1, 2,... y λ>0.

Si el argumento acumulado=VERDADERO: $P(X \leq x) = \sum_{k=0}^{x} \frac{e^{-\lambda}\lambda^{k}}{k!}$ con x=0, 1, 2,...

Ejemplo

	A	B
1	**Datos**	**Descripción**
2	2	Valor ***x***, número de sucesos
3	10	**λ** media esperada
4	**Fórmula**	Descripción y **resultado**
5	=POISSON(A2;A3;VERDADERO)	P($X \leq x$)=**0,124652**
6	=POISSON(A2;A3;FALSO)	$P(X=x)$=**0,084224**

==================================

DISTR.EXP

Devuelve la distribución exponencial. Use DISTR.EXP para establecer el tiempo entre dos sucesos, tal como el tiempo que tarda una máquina de cajero automático en entregar efectivo. Por ejemplo, la función DISTR.EXP puede usarse para determinar la probabilidad de que el proceso tarde un minuto como máximo.

Sintaxis

DISTR.EXP(x;lambda;acum)

x: es el valor de la función.
lambda: es el valor del parámetro.
acum: es un valor lógico que indica qué forma de la función exponencial debe proporcionarse. Si el argumento acum es VERDADERO, DISTR.EXP devuelve el valor de la función de distribución acumulada hasta x; si es FALSO, devuelve el valor de la función de densidad de la probabilidad en x.

Observaciones

- Si los argumentos x o lambda no son numéricos, DISTR.EXP devuelve el valor de error #¡VALOR!
- Si x<0, DISTR.EXP devuelve el valor de error #¡NUM!
- Si lambda≤0, DISTR.EXP devuelve el valor de error #¡NUM!
- La ecuación para la función de densidad de la probabilidad es: $f(x;\lambda) = \lambda e^{-\lambda x}$ con x>0 y λ>0.
- La ecuación para la función de distribución acumulada es: $F(x;\lambda) = P(X \leq x) = 1 - e^{-\lambda x}$ con x>0 y λ>0.

Ejemplo

	A	B
1	**Datos**	**Descripción**
2	0,2	Valor ***x***
3	10	**λ** valor del parámetro
4	**Fórmula**	Descripción y **resultado**
5	=DISTR.EXP(A2;A3;VERDADERO)	$F(X=x)$=P($X \leq x$)=**0,864665**
6	=DISTR.EXP(A2;A3;FALSO)	$f(X=x)$=**1,353353**

==================================

DISTR.NORM

Devuelve la distribución normal para la media y desviación estándar especificadas.

Sintaxis

DISTR.NORM(x;media;desv_estándar;acum)

x: es el valor cuya distribución desea obtener.
media: es la media aritmética de la distribución, μ.
Desv_estándar: es la desviación estándar de la distribución, σ.
acum: es un valor lógico que determina la forma de la función. Si el argumento acum es VERDADERO, la función DISTR.NORM devuelve la función de distribución acumulada $P(X \leq x)$; si es FALSO, devuelve la función de masa de probabilidad, esto es $f(X=x)$.

Observaciones

- Si los argumentos media o desv_estándar no son numéricos, DISTR.NORM devuelve el valor de error #¡VALOR!
- Si el argumento desv_estándar≤0, la función DISTR.NORM devuelve el valor de error #¡NUM!
- Si el argumento media=0, desv_estándar=1 y acumulado=VERDADERO, la función DISTR.NORM devuelve la distribución normal estándar, DISTR.NORM.ESTAND.
- La ecuación para la función de densidad normal (acumulado=FALSO) es:

$$f(x;\mu,\sigma) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\left[\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right]}$$

- Cuando acumulado=VERDADERO, la fórmula es el entero desde el infinito negativo a x de la fórmula dada.

$$F(x;\mu,\sigma) = \int_{-\infty}^{x} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\left[\frac{(y-\mu)^2}{2\sigma^2}\right]} dy$$

Ejemplo

	A	B
1	**Datos**	**Descripción**
2	42	Valor ***x***
3	40	μ
4	1,5	σ
5	**Fórmula**	Descripción y **resultado**
6	=DISTR.NORM(A2;A3;A4;VERDADERO)	$F(X=x)=P(X \leq x)=$**0,908789**
7	=DISTR.NORM(A2;A3;A4;FALSO)	$f(X=x)=$**0,10934005**

DISTR.NORM.INV

Devuelve el inverso de la distribución acumulativa normal para la media y desviación estándar especificadas.

Sintaxis

DISTR.NORM.INV(probabilidad;media;desv_estándar)

probabilidad: es una probabilidad correspondiente a la distribución normal, esto es el valor numérico de $F(X=x)$=Probabilidad siendo la incógnita x.
media: es la media aritmética de la distribución, μ.
desv_estándar: es la desviación estándar de la distribución, σ.

Observaciones

- Si uno de los argumentos no es numérico, DISTR.NORM.INV devuelve el valor de error #¡VALOR!
- Si probabilidad < 0 o si probabilidad > 1, DISTR.NORM.INV devuelve el valor de error #¡NUM!
- Si desv_estándar ≤ 0, DISTR.NORM.INV devuelve el valor de error #¡NUM!
- Si media = 0 y desv_estándar = 1, DISTR.NORM.INV utiliza la función de distribución normal estándar (vea DISTR.NORM.ESTAND.INV).

DISTR.NORM.INV se calcula utilizando una técnica iterativa. Dado un valor de probabilidad, DISTR.NORM.INV itera hasta que el resultado tenga una exactitud de ± 3x10^-7. Si

DISTR.NORM.INV no converge después de 100 iteraciones, la función devuelve el valor de error #N/A.

Ejemplo

	A	B
1	**Datos**	**Descripción**
2	0.908789	Valor $\boldsymbol{F}(\boldsymbol{x})=\mathbf{P}(X\leq x)$ (x incógnita)
3	40	μ
4	1,5	σ
5	**Fórmula**	Descripción y **resultado**
6	=DISTR.NORM.INV(A2;A3;A4)	$P(X\leq x)=0{,}908789 \Rightarrow x=$**42,00000258**

================================

DISTR.T

Devuelve los puntos porcentuales (probabilidad) de la distribución t_ν de Student, donde un valor numérico (x) es un valor calculado de t_ν para el que deben calcularse los puntos porcentuales. Se utiliza esta función en lugar de una tabla de valores críticos para la distribución t_ν.

Sintaxis

DISTR.T(**x**;**grados_de_libertad**;**colas**)

x: es el valor numérico al que debe evaluarse la distribución.

grados_de_libertad: es un número entero que indica el número de grados de libertad, ν.

colas: especifica el número de colas de la distribución que deben devolverse. Si colas=1, DISTR.T devuelve la distribución de una cola, $P(t_\nu>x)$. Si colas=2, DISTR.T devuelve la distribución de dos colas, $P(|t_\nu|>x)$, donde t_ν es una variable aleatoria que sigue la distribución t con los grados de libertad ν especificados.

Observaciones

- Si uno de los argumentos no es numérico, DISTR.T devuelve el valor de error #¡VALOR!
- Si grados_de_libertad < 1, DISTR.T devuelve el valor de error #¡NUM!
- Los argumentos grados_de_libertad y colas se truncan a enteros.
- Si el argumento colas es un número distinto de 1 ó 2, DISTR.T devuelve el valor de error #¡NUM!
- DISTR.T se calcula como DISTR.T=$P(t_\nu>x)$, donde t_ν es una variable aleatoria que sigue la distribución t con ν grados de libertad

Ejemplo

	A	B
1	**Datos**	**Descripción**
2	1.96	Valor $\boldsymbol{x}$
3	20	Grados de libertad, ν
4	**Fórmula**	Descripción y **resultado**
5	=DISTR.T(A2;A3;1)	Distribución de dos colas $P(t_\nu>x)=$**0,03203913**
6	=DISTR.T(A2;A3;2)	Distribución de dos colas $P(|t_\nu|>x)=$**0,06407825**

DISTR.T.INV

Devuelve el valor x de la distribución t_ν de Student como función de la probabilidad y los grados de libertad.

Sintaxis

DISTR.T.INV(**probabilidad**;**grados_de_libertad**)

probabilidad: es la probabilidad asociada con la distribución t_ν de Student de dos colas,

grados_de_libertad: es el número de grados de libertad que caracteriza la distribución.

Observaciones

- Si uno de los argumentos no es numérico, DISTR.T.INV devuelve el valor de error #¡VALOR!
- Si probabilidad<0 o si probabilidad>1, DISTR.T.INV devuelve el valor de error #¡NUM!
- Si el argumento grados_de_libertad no es un entero, se trunca.
- Si grados_de_libertad<1, DISTR.T.INV devuelve el valor de error #¡NUM!
- DISTR.T.INV se calcula como DISTR.T.INV=P(t_ν>x), donde t_ν es una variable aleatoria que sigue la distribución t de ν grados de libertad.
- Puede devolverse un valor x de una cola reemplazando probabilidad por 2*probabilidad. Para una probabilidad de 0,05 y grados de libertad de 10, el valor de dos colas se calcula con DISTR.T.INV(0,05;10), que devuelve 2,28139. El valor de una cola para la misma probabilidad y los mismos grados de libertad puede calcularse con DISTR.T.INV(2*0,05;10), que devuelve 1,812462.
- DISTR.T.INV se calcula utilizando una técnica iterativa.

Ejemplo

	A	B
1	**Datos**	**Descripción**
2	0,10	Valor **P(|t_ν|>x)=probabilidad** (x incógnita)
3	20	**ν**
5	**Fórmula**	Descripción y **resultado**
6	=DISTR.T.INV(A2;A3)	P(|t_ν|>x)=0,10 ⇒ x=**1,724718**

Aclaración: P(|t_ν|>x)=0,10 es equivalente a P(t_ν>x)=0,05.

================================

DISTR.CHI

Devuelve la probabilidad de una variable aleatoria continua siguiendo una distribución chi cuadrado de una sola cola.

Sintaxis

DISTR.CHI(x;grados_de_libertad)

x: es el valor al que desea evaluar la distribución.

grados_de_libertad: es el número de grados de libertad, ν.

Observaciones

- Si uno de los argumentos no es numérico, DISTR.CHI devuelve el valor de error #¡VALOR!
- Si el argumento x es negativo, DISTR.CHI devuelve el valor de error #¡NUM!
- Si el argumento grados_de_libertad no es un entero, se trunca.
- Si el argumento grados_de_libertad<1 o si grados_de_libertad≥10^10, DISTR.CHI devuelve el valor de error #¡NUM!
- DISTR.CHI se calcula como DISTR.CHI=P(χ^2>x), donde χ^2 es una variable aleatoria de distribución chi-cuadrado con ν grados de libertad.

Ejemplo

	A	B
1	**Datos**	**Descripción**
2	18.307	Valor ***x***
3	10	Grados de libertad, **ν**
4	**Fórmula**	Descripción y **resultado**
5	=DISTR.CHI(A2;A3)	Distribución de una cola P(t_ν>x)=**0,050001**

PRUEBA.CHI.INV

Devuelve para una probabilidad dada, de una sola cola, el valor de la variable aleatoria siguiendo una distribución chi cuadrado. Si el argumento probabilidad=DISTR.CHI(x;...), entonces PRUEBA.CHI.INV(probabilidad,...)=x.

Sintaxis

PRUEBA.CHI.INV(probabilidad;grados_de_libertad)

probabilidad: es una probabilidad asociada con la distribución chi cuadrado.
grados_de_libertad: es el número de grados de libertad.

Observaciones

- Si uno de los argumentos no es numérico, PRUEBA.CHI.INV devuelve el valor de error #¡VALOR!
- Si probabilidad<0 o si probabilidad>1, PRUEBA.CHI.INV devuelve el valor de error #¡NUM!
- Si el argumento grados_de_libertad no es un entero, se trunca.
- Si grados_de_libertad<1 o si grados_de_libertad≥10^10, PRUEBA.CHI.INV devuelve el valor de error #¡NUM!
- PRUEBA.CHI.INV usa una técnica iterativa para calcular la función. Dado un valor de probabilidad, PRUEBA.CHI.INV itera hasta que el resultado tenga una exactitud de ± 3x10^-7. Si PRUEBA.CHI.INV no converge después de 100 iteraciones, la función devuelve el valor de error #N/A.

Ejemplo

	A	B
1	**Datos**	**Descripción**
2	0,05	Valor **P(**χ^2_ν**>**x**)=probabilidad** (x incógnita)
3	20	**ν**
4	**Fórmula**	Descripción y **resultado**
5	=PRUEBA.CHI.INV(A2;A3)	P(χ^2_ν>x)=0,05 ⇒ x=**18,30703**

================================

DIST.WEIBULL

Devuelve la distribución de Weibull. Se utiliza esta distribución en los análisis de fiabilidad, para establecer, por ejemplo, el período de vida de un componente hasta que presenta un fallo.

Sintaxis

DIST.WEIBULL(x;alfa;beta;acumulado)

x: es el valor con el que desea evaluar la función.
alfa: es un parámetro de la distribución.
beta: es un parámetro de la distribución.
acumulado: determina la forma de la función.

Observaciones

- Si los argumentos x, alfa o beta no son numéricos, DIST.WEIBULL devuelve el valor de error #¡VALOR!
- Si x<0, DIST.WEIBULL devuelve el valor de error #¡NUM!
- Si alfa≤0 o si beta≤0, DIST.WEIBULL devuelve el valor de error #¡NUM!
- La ecuación para la función de distribución acumulativa de Weibull es:

$$F(x;\alpha,\beta) = P(X \le x) = 1 - e^{-\left(\frac{x}{\beta}\right)^{\alpha}}$$

- La ecuación para la función de densidad de probabilidad de Weibull:

$$f(x;\alpha,\beta) = \frac{\alpha}{\beta^{\alpha}} x^{\alpha-1} e^{-\left(\frac{x}{\beta}\right)^{\alpha}}$$

- Cuando alfa=1, DIST.WEIBULL devuelve la distribución exponencial con λ=1/β.

Ejemplo

	A	B
1	**Datos**	**Descripción**
2	105	Valor $\boldsymbol{x}$
3	20	α
4	100	β
5	**Fórmula**	Descripción y **resultado**
6	=DIST.WEIBULL(A2;A3;A4;VERDADERO)	$F(X=x)=\mathrm{P}(X\leq x)=$**0,929581**
7	=DIST.WEIBULL(A2;A3;A4;FALSO)	$f(X=x)=$**0,035589**

Apéndice IV. Resumen de estadísticos y de intervalos de confianza para inferencia estadística de parámetros poblacionales

Parámetro desconocido	Características poblacionales y otra descripción	Estadístico que incluye el mejor estimador puntual	Intervalo de confianza al 100(1−α)%
Media μ	Población normal $X\sim N(\mu,\sigma^2)$ σ conocido tamaño de muestra n	$Z=\dfrac{\overline{X}-\mu}{\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}}$; normal estándar exacta	$\overline{x}\pm z_{\alpha/2}\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}$
Media μ	Población normal $X\sim N(\mu,\sigma^2)$ σ desconocido tamaño de muestra n	$t_{n-1}=\dfrac{\overline{X}-\mu}{\dfrac{S}{\sqrt{n}}}$; t de Student con $n-1$ grados de libertad	$\overline{x}\pm t_{\alpha/2}\dfrac{s}{\sqrt{n}}$
Media μ	Población de distribución desconocida tamaño de muestra n grande (T.C.L.)	$Z=\dfrac{\overline{X}-\mu}{\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}}$; normal estándar (aproximada)	$\overline{x}\pm z_{\alpha/2}\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}$
Varianza σ^2	Población normal $X\sim N(\mu,\sigma^2)$ tamaño de muestra n	$\chi^2_{n-1}=\dfrac{(n-1)S^2}{\sigma^2}$; chi-cuadrado con con $n-1$ grados de libertad	$\dfrac{(n-1)s^2}{\chi^2_{\alpha/2;n-1}}\le\sigma^2\le\dfrac{(n-1)s^2}{\chi^2_{1-\alpha/2;n-1}}$
Proporción p	n pruebas independientes repetidas X: número de éxitos $X\sim Bin(n,p)$; $np(1-p)\geq 3$	$Z=\dfrac{\dfrac{X}{n}-p}{\sqrt{\dfrac{p(1-p)}{n}}}$; normal estándar (aproximada)	$\dfrac{x}{n}\pm z_{\alpha/2}\sqrt{\dfrac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}$
Diferencia de medias $\mu_X-\mu_Y$	Población normales indpendientes $X\sim N(\mu_X,\sigma_X^2)$; $Y\sim N(\mu_Y,\sigma_Y^2)$ σ_X y σ_Y conocidos tamaños muestrales n_X y n_Y	$Z=\dfrac{(\overline{X}-\overline{Y})-(\mu_X-\mu_Y)}{\sqrt{\dfrac{\sigma_X^2}{n_X}+\dfrac{\sigma_y^2}{n_Y}}}$; normal estándar exacta	$(\overline{x}-\overline{y})\pm z_{\alpha/2}\sqrt{\dfrac{\sigma_X^2}{n_X}+\dfrac{\sigma_y^2}{n_Y}}$
Diferencia de medias $\mu_X-\mu_Y$	Población normales indpendientes $X\sim N(\mu_X,\sigma_X^2)$; $Y\sim N(\mu_Y,\sigma_Y^2)$ $\sigma_X=\sigma_Y$ desconocido tamaños muestrales n_X y n_Y	$t_{n_X+n_Y-2}=\dfrac{(\overline{X}-\overline{Y})-(\mu_X-\mu_Y)}{S_P\sqrt{\dfrac{1}{n_X}+\dfrac{1}{n_Y}}}$ y $S_P=\sqrt{\dfrac{(n_X-1)S_X^2+(n_Y-1)S_Y^2}{n_X+n_Y-2}}$	$(\overline{x}-\overline{y})\pm t_{\alpha/2}S_P\sqrt{\dfrac{1}{n_X}+\dfrac{1}{n_Y}}$

Apéndice V. Resumen de conceptos vinculados a variables aleatorias múltiples

Variable aleatoria bidimensional discreta

Sea X y sea Y variables aleatorias discretas asociadas con el mismo experimento.

La **distribución de probabilidad conjunta** p_{XY} de X y de Y está definida por

$$p_{X,Y}(x,y)=P(X=x,Y=y).$$

Las **funciones de probabilidad marginal** de X y de Y se obtienen a partir de

$$p_X(x)=\sum_y p_{X,Y}(x,y)\,;\;\; p_Y(y)=\sum_x p_{X,Y}(x,y).$$

Funciones de distribución de probabilidad condicionadas

- Si A es un evento asociado con el experimento con $P(A)>0$, $p_{X/A}(x)=P(X=x/A)$ y satisface que $\sum_x p_{X/A}(x)=1$.
- La función de distribución de probabilidad condicionada de X dado que $Y=y$ está relacionada con la función de distribución conjunta por

$$p_{X,Y}(x,y)=p_Y(y)p_{X/Y}(x/y),$$

es análoga a la regla de la multiplicación para calcular probabilidades.

- La función de distribución de probabilidad de X dado Y puede ser usada para calcular la función de distribución de probabilidad de X mediante

$$p_X(x)=\sum_y p_Y(y)p_{X/Y}(x/y),$$

en forma análoga al uso del teorema de la probabilidad total.

Valores esperados y valores esperados condicionados

- $E[X]=\sum_y\sum_x xp_{X,Y}(x,y)$, $E[Y]=\sum_x\sum_y yp_{X,Y}(x,y)$
- Una función $g(X,Y)$ define otra variable aleatoria que satisface $E[g(X,Y)]=\sum_x\sum_y g(x,y)p_{XY}(x,y)$.

  Si g es lineal de la forma $aX+bY+c$ entonces $E[aX+bY+c]=aE[X]+bE[Y]+c$.
- El valor esperado de X dado un evento A con $P(A)>0$, está definido por $E[X/A]=\sum_x xp_{X/A}(x)$ y para la función $g(X)$ se tiene que $E[g(X)/A]=\sum_x g(x)p_{X/A}(x)$.
- El valor esperado de X dado un valor y de Y, está definido por

$$E[X/Y=y]=\sum_x xp_{X/Y}(x/y),$$

y se tiene que $E[X]=\sum_y p_Y(y)E[X/Y=y]$.

Independencia de las variables aleatorias

X y Y son variables aleatorias discretas independientes si para todos los pares posibles (x,y), los eventos $\{X=x\}$ y $\{Y=y\}$ son independientes o, equivalentemente, si

$$p_{XY}(x,y)=p_X(x)p_Y(y)\;\;\forall(x,y).$$

Se verifica que:

$E[XY]=E[X]E[Y]$; para cualquier dos funciones g y h, las variables aleatorias $g(X)$ y $h(Y)$ son independientes y vale que $E[g(X)h(Y)]=E[g(X)]E[h(Y)]$; $V(X+Y)=V(X)+V(Y)$.

Variable aleatoria bidimensional continua

Sea X y sea Y variables aleatorias continuas con función de densidad conjunta f_{XY}.

Las funciones de densidad conjunta, marginales y condicionales están relacionadas unas con otras mediante

$$f_{XY}(x,y) = f_Y(y) f_{X/Y}(x/y) = f_X(x) f_{Y/X}(y/x),$$

$$f_X(x) = \int_y f_{X,Y}(x,y)dy, \; f_X(x) = \int_{-\infty}^{\infty} f_Y(y) f_{X/Y}(x/y)dy,$$

$$f_Y(y) = \int_x f_{X,Y}(x,y)dx, \; f_Y(y) = \int_{-\infty}^{\infty} f_X(x) f_{Y/X}(y/x)dx,$$

$$f_{X/Y}(x/y) = \frac{f_X(x) f_{Y/X}(y/x)}{\int_{x=t} f_X(t) f_{Y/X}(y/t)dt}, \; f_{Y/X}(y/x) = \frac{f_Y(y) f_{X/Y}(x/y)}{\int_{y=t} f_Y(t) f_{X/Y}(x/t)dt}.$$

La función de densidad de probabilidad $f_{X/Y}(x/y)$ está definida sólo para aquellos valores de y para los cuales $f_Y(y)>0$; análogo para $f_{Y/X}(y/x)$ con $f_X(x)>0$.

Acerca del cálculo de probabilidades.

$$P(B) = P\big((X,Y)\in B\big) = \iint_{(x,y)\in B} f_{X,Y}(x,y)dxdy,$$

$$P\big(X\in A\big) = \int_A f_X(x)dx,$$

$$P\big(X\in A / Y=y\big) = \int_A f_{X/Y}(x/y)dx,$$

donde B es cualquier subregión del plano bidimensional y se considera el evento $\{(X,Y)\in B\}$ y A es un subintervalo en la recta real y se considera el evento $\{X\in A\}$.

Acerca del cálculo de valores esperados.

$$E[X] = \iint_{(x,y)} x f_{X,Y}(x,y)dxdy, \; E[Y] = \iint_{(x,y)} y f_{X,Y}(x,y)dxdy$$

$$E[g(X)] = \int_x g(x) f_X(x)dx, \; E[g(Y)] = \int_y g(y) f_Y(y)dy, \; E[g(X,Y)] = \iint_{(x,y)} g(x,y) f_{X,Y}(x,y)dxdy$$

$$E[g(X)/Y=y] = \int_x g(x,y) f_{X/Y}(x/y)dx, \; E[g(Y)/X=x] = \int_y g(x,y) f_{Y/X}(y/x)dy$$

$$E[g(X,Y)/Y=y] = \int_x g(x,y) f_{X/Y}(x/y)dx, \; E[g(X,Y)/X=x] = \int_y g(x,y) f_{Y/X}(y/x)dy$$

$$E[X] = \int_y E[X/Y=y] f_Y(y)dy, \; E[Y] = \int_x E[Y/X=x] f_X(x)dx$$

$$E[g(X)] = \int_y E[g(X)/Y=y] f_Y(y)dy$$

$$E[g(X,Y)] = \int_y E[g(X,Y)/Y=y] f_Y(y)dy.$$

Independencia de las variables aleatorias

Si X y Y son variables aleatorias continuas independientes para las que

$$f_{X,Y}(x,y) = f_X(x) f_Y(y) \;\; \forall (x,y).$$

Se verifica que: $E[XY] = E[X]E[Y]$, $E[g(X)h(Y)] = E[g(X)]E[h(Y)]$,