Guía de Ejercitación 6. Estimación de parámetros poblacionales

Ejercicio 1. El artículo "Effects of Aggregates and Microfillers on the Flexural Properties of Concrete" (*Magazine of Concrete Research*, 1997, pp. 81-98) reseña un estudio de las propiedades de resistencia del concreto de alta resistencia obtenido usando superplastificantes y ciertos aglutinantes. La resistencia a la compresión de ese concreto se había investigado con anterioridad, pero no se conocía mucho acerca de la resistencia a la fricción (medida de la capacidad de resistencia a la falla por flexión). Los datos siguientes sobre resistencia a la presión, X, están en megapascales, MPa, y aparecieron en el artículo citado:

5,9	7,2	7,3	6,3	8,1	6,8	7,0	7,6	6,8	6,5	7,0	6,3	7,9	9,0
8,2	8,7	7,8	9,7	7,4	7,7	9,7	7,8	7,7	11,6	11,3	11,8	10,7	

Calcular un estimado puntual de las siguientes magnitudes e indicar en cada caso qué estimador se utilizó:

- **a)** Valor medio de resistencia a la presión para la población de todas las vigas fabricadas de esta forma, μ.
- **b)** Valor de la resistencia que separa al 50% más débil de las vigas del 50% más fuerte.
- **c)** Desvío típico estándar poblacional σ.
- **d)** Proporción de las vigas cuya resistencia a la flexión es mayor que 10 MPa (Sugerencia: imaginar que una observación es un "éxito" si es mayor a 10).
- **e)** Obtener la expresión del error estándar del estimador usado en el ítem **a)** y calcular el error estándar estimado de dicho estimador.

Definición. El **error estándar de un estimador** $\hat{\theta}$ es su desvío estándar $\sigma_{\hat{\theta}} = \sqrt{V(\hat{\theta})}$.

Si en el error estándar intervienen parámetros desconocidos, cuyos valores se pueden estimar, la sustitución de estas estimaciones en $\sigma_{\hat{\theta}}$ produce el **error estándar estimado** (desviación estándar estimada) del estimador. El error estándar estimado se puede representar ya sea por $\widehat{\sigma_{\hat{\theta}}}$ (el $\widehat{\ }$ resalta el hecho de que $\sigma_{\hat{\theta}}$ se está estimando) o por $s_{\hat{\theta}}$.

Ejercicio 2. Un fabricante de automóviles ha desarrollado un nuevo tipo de defensas, las cuales absorben impactos con menos averías que las defensas anteriores. El fabricante ha utilizado esta defensa en una secuencia de 50 choques controlados contra un muro, cada uno a 16 kilómetros por hora, usando uno de sus modelos compactos. Sea X el número de choques que resultan sin daño visible al automóvil, y el valor observado $x = 30$. Estimar la proporción p de todos los choques que resultan sin daño, equivalente a

$$p = P(\text{sin daño en un solo choque}),$$

y calcular el error estimado $\widehat{\sigma_{\hat{p}}}$. Justificar el planteo.

Ejercicio 3. Intervalo de confianza para μ de una población normal con σ conocido. Una línea de producción automatizada de una fábrica de envasado de café, se utiliza una máquina llenadora para dosificar café en latas. La consistencia en la cantidad de café en cada lata es crucial para mantener la calidad del producto y la satisfacción del cliente. Sin embargo, la máquina presenta una variabilidad en la dosificación que sigue una distribución Normal con un desvío estándar de 15 gramos. Para garantizar que la máquina esté funcionando adecuadamente y dosifique la cantidad correcta de café, se realizan auditorías de calidad periódicas. Durante estas auditorías, se toma una muestra de 10 envases llenados por la máquina y se mide la cantidad de café en cada uno para estimar la dosificación media. En una de estas auditorías, se encontró que la media de la dosificación en una muestra de 10 envases era de 246 gramos.

a) Estimar la dosificación media con un intervalo del 90% de confianza para evaluar el rendimiento actual de la máquina.

b) Determinar cuántos envases adicionales se deben pesar para lograr una estimación con un error de muestreo de 5 gramos. Observación: el error de muestreo se corresponde con la amplitud del intervalo o, lo que es equivalente, a la semilongitud del mismo.

Ejercicio 4. **Nivel de confianza, precisión y selección del tamaño muestral.** Se sabe que determinaciones hechas sobre la densidad de cierto producto químico se distribuyen normalmente alrededor de la media poblacional desconocida con un desvío estándar de 0,005 g/cm^3. Se desea estimar la densidad media con un intervalo de confianza del 95% y con un error de muestreo menor que 0,002 g/cm^3, ¿cuál deberá ser el tamaño mínimo de la muestra?

Ejercicio 5. Una empresa dedicada a la fabricación de envases de vidrio tiene un gran número de operarios y desea estimar, mediante un intervalo de confianza, el tiempo medio de tardanza de los mismos para mejorar la eficiencia de su producción. La puntualidad de los operarios es crucial para mantener los horarios de producción y cumplir con los plazos de entrega. Para este estudio, la empresa se basará en las tarjetas horarias de los empleados, estableciendo los siguientes parámetros:

- El máximo error muestral admitido debe ser de 2 minutos.
- El nivel de confianza debe ser del 99%.

Se supone que la tardanza es una variable aleatoria normal y se conoce por ensayos históricos que su desvío estándar es de 5 minutos.

a) Calcular el tamaño adecuado de muestra para cumplir con los requisitos establecidos. Justificar el planteo.

b) Se ha tomado una muestra del tamaño hallado en a), y se obtuvo que la tardanza promedio fue de 15 minutos. Estimar la tardanza media de todo el personal.

Ejercicio 6. **Intervalo de confianza para μ de una población normal con σ desconocido.** El artículo "Measuring and Understanding the Aging of Kraft Insulating Paper in Power Tansformers" (*IEEE Electrical Insul. Mag.*, 1996, pp. 276-286) contiene las siguientes observaciones sobre el grado de polimerización en muestras de papel donde la viscosidad multiplicada por la concentración cae entre determinados límites intermedio.

418	421	421	422	425	427	431	434	437
439	446	447	448	453	454	463	465	

Se supone que los datos provienen de una población normal. Calcular un intervalo de confianza de nivel 0,95 para el grado de polimerización medio poblacional, como lo hicieron los autores del artículo. ¿Parece indicar ese intervalo que 440 es un valor factible del grado medio real de polimerización? ¿Y 450?

Ejercicio 7. El voltaje de ruptura de corriente alterna en un líquido aislador es indicativo de la llamada resistencia dieléctrica. El artículo "Testing Practices for the AC Breackdown Voltage Testing of Insulation Liquids" (*IEEE Electrical Insulation Magazine*, 1995, pp. 21-26) presenta la siguiente muestra de observaciones de voltaje de ruptura (en kilovolt) de un circuito en particular, bajo ciertas condiciones.

62	50	53	57	41	53	55	61	59	64	50	53	64	62	50	68
54	55	57	50	55	50	56	55	46	55	53	54	52	47	47	55
57	48	63	57	57	55	53	59	53	52	50	55	60	50	56	58

Hallar un intervalo de confianza para μ, media poblacional del voltaje de ruptura, de nivel de confianza 0,99. Justificar el planteo.

Ejercicio 8. Intervalo de confianza para μ en muestras grandes. En una fábrica de materiales eléctricos se desea estimar el peso medio del último lote de rollos de alambre de cobre salido de producción. Para ello se eligió al azar una muestra de 42 rollos que arrojó un peso promedio de 38 kg. Se conoce, además, de registros históricos, el desvío poblacional, que vale 4,2 kg.

a) Estimar el peso medio de los rollos con un intervalo de confianza del 95%. Justificar el planteo.

b) ¿Cuántos rollos más habría que pesar para poder obtener una estimación cuyo error de muestreo fuera 1 kg?

Ejercicio 9. Intervalo de confianza para la varianza de una población normal. La longitud de los cables de acero fabricados por una máquina se distribuye según una ley normal. Se desea estimar la varianza de la longitud de dichos cables. A tal fin, un operario toma una muestra de 12 cables obteniendo las siguientes longitudes (en metros):

9,2	9,7	9,8	10,2	10,4	10,0	9,4	9,5	9,5	10,3	9,9	9,7

¿Cuál es el intervalo de confianza del 95 % para la varianza de la longitud de los cables?

Ejercicio 10. En una planta de manufactura de piezas para maquinaria, se produce una serie de componentes de precisión cuyo diámetro interno debe ser de 3 cm para encajar correctamente en el ensamblaje final. Para asegurar la calidad y precisión de los componentes, se tomó una muestra aleatoria de 12 de estos componentes y se midió su diámetro interno. Los diámetros medidos fueron los siguientes (en cm):

3,01	3,05	2,99	2,99	3,00	3,02	2,98	2,99	2,97	3,02	3,01	2,97

Determinar un intervalo de confianza del 95% para la varianza de los diámetros internos de los componentes. ¿Bajo qué supuesto es necesario trabajar?

Ejercicio 11. Intervalos de confianza para la proporción p de una población. En una planta de producción de llantas, la clasificación de los productos es crucial para determinar su calidad y el precio de venta. Las llantas producidas se dividen en tres categorías: llantas de primera (de alta calidad), llantas con acabado imperfecto (de calidad menor) y llantas defectuosas (inadecuadas para venta). Las llantas en las últimas dos categorías implican pérdidas económicas para la compañía, ya que se venden a un precio menor o se desechan. En un estudio reciente, se tomó una muestra aleatoria de 1000 llantas de toda la producción y se encontró que 198 de estas llantas no cumplían con los requisitos para ser clasificadas como de primera.

a) Estimar, con un intervalo de confianza del 95%, la proporción de llantas que no son de primera en toda la producción del país. Presentar también la respuesta como un I.C. para el porcentaje de llantas que no son de primera calidad.

b) Indicar el error de muestreo de la estimación anterior medido en porcentaje.

c) La gerencia opina que el error reportado en el ítem anterior es muy elevado y desea reducirlo a 1%. ¿Cuántas muestras más serán necesarias?

Ejercicio 12. Una encuestadora política querría estimar la proporción de votantes a favor por cierto candidato en las próximas elecciones. La encuestadora querría un 90% de confianza de que su predicción está correcta con un error de $\pm 0{,}04$ de la proporción poblacional real (± 4 puntos porcentuales). Organizar la encuesta tiene un costo básico administrativo de \$50000 y \$50 adicionales por cada encuestado.

a) ¿Cuánto costará realizar la encuesta?

b) Si la encuestadora tiene disponible un presupuesto de \$390000, ¿podría hacer la estimación con un error de $\pm 0{,}01$ de la proporción poblacional real (± 1 punto porcentual) manteniendo el mismo nivel de confianza de 0,90? Justificar con un cálculo adecuado.

Ejercicio 13. Intervalo de confianza para diferencia entre medias poblacionales de dos poblaciones independientes. Las duraciones de superficies de rodadura de dos marcas competidoras de medida FR78-15 de llantas radiales, medidas en kilómetros, son variables aleatorias normales con medias μ_X y μ_Y, y desvíos estándar $\sigma_X = 2200$ y $\sigma_Y = 1900$. Sendas muestras proporcionaron la información siguiente: $n_X = 40$, $\bar{x} = 34550, n_Y = 60$, $\bar{y} = 33800$.

- **a)** Hallar el intervalo de confianza del 95% para $\mu_X - \mu_Y$. Justificar el planteo.
- **b)** A partir del resultado anteriormente obtenido, ¿diría usted que la marca X tiene una duración media mayor que la marca Y? Justificar.
- **c)** Si la respuesta anterior fue negativa, ¿existe algún nivel de confianza en el que podría decir que la marca X es mejor que la Y en cuanto a duración media de las superficies de rodaduras que produce? Justificar.

Ejercicios Misceláneos de Intervalos de Confianza

Ejercicio 14. En un informe que usted realizó hace unos meses, ha reportado un intervalo de confianza del 95% para la media de la frecuencia natural promedio real, en hertz, de vigas deslaminadas de cierto tipo. Para realizar estos cálculos utilizó una muestra de 25 vigas. La variable aleatoria, cuyo valor medio se estima, se supone que tiene una distribución normal. El intervalo resultante fue (229,764; 233,504) en hertz. Ahora, su jefe le pide remplazar en el reporte el intervalo de confianza, pero utilizando un 99% de confianza en lugar del 95%. Usted fue al depósito para tomar una nueva muestra, pero no encontró las 25 vigas necesarias y sólo cuenta con el reporte mencionado.

- **a)** ¿Es posible dar una respuesta a la cuestión requerida? Justificar tanto en caso afirmativo como negativo.
- **b)** En caso de que sea factible:
  - **b.1)** hacer un planteo adecuado y determinar los límites del intervalo de confianza de 99%.
  - **b.2)** ¿Incide en el planteo anterior si considera que la distribución normal tiene desvío estándar conocido o desconocido? Justificar. En caso afirmativo, en el contexto presentado, ¿qué modelo le parece más razonable utilizar?

Ejercicio 15. Una empresa fabrica un alimento balanceado con vitamina C. El contenido de vitamina C del alimento es una variable aleatoria que puede considerarse normal con un desvío estándar de 50 mg/kg, de acuerdo con la experiencia en la fabricación de alimentos balanceados con otros componentes y concentraciones por el mismo proceso. Se ha medido el contenido de vitamina C de una muestra de 7 unidades experimentales (paquetes) con los siguientes resultados en mg/kg:

229	232	256	204	287	181	269

- **a)** Estimar la media del contenido de vitamina C mediante tres intervalos de 90%, 95% y 99% de confianza respectivamente.
- **b)** Calcular el error relativo y porcentual asociado a cada intervalo. Error relativo asociado es el cociente entre el error muestral y el valor promedio de la muestra.
- **c)** Extraer conclusiones.
- **d)** Presentar en un mismo gráfico, las curvas que muestran el tamaño de muestra como función del error relativo para un 90 %, 95% y 99% de confianza.

Ejercicio 16. Para estimar el tiempo medio que lleva ensamblar cierto componente de una computadora, el supervisor de una empresa electrónica tomó el tiempo que 10 técnicos tardaban en ejecutar esta tarea, obteniendo los resultados (en minutos) que se presentan en la siguiente tabla. Se considera que el tiempo de ensamble del componente es una variable aleatoria normal.

12,5	12,0	13,0	12,0	12,8	12,5	13,0	13,0	12,6	12,5

- **a)** ¿Cuál es el intervalo de confianza del 98% para el tiempo medio poblacional que lleva ensamblar el componente de la computadora?
- **b)** ¿Cuál es la cota de error en la estimación del tiempo medio de ensamble y con una confianza del 99%?
- **c)** Indicar el intervalo con un 95% de confianza para la varianza del tiempo de ensamble.

Ejercicio 17. Una marca de lavarropas ensaya un nuevo modelo de motor con el que se obtendría un menor consumo de energía. Por estudios anteriores se conoce que el consumo de energía sigue una ley normal. Se ensayaron 6 motores, a un costo de $50000 por ensayo, obteniendo un consumo promedio horario de 0,038 kWh con un desvío de 0,002 kWh.

- **a)** Calcular un intervalo al 95% de confianza para el consumo medio horario.
- **b)** Estimar con 90% de confianza para la varianza del consumo energético horario. Escribirlo en términos de una estimación para el desvío estándar del consumo energético horario.
- **c)** Responder nuevamente pregunta **a)**, pero suponiendo ahora que se tiene el dato de que el desvío estándar poblacional del consumo de energía eléctrica para este tipo de motores es de 0,002 kWh. Comparar los resultados obtenidos y sacar conclusiones.

Ejercicio 18. Para analizar la calidad en la medición de un sistema de posicionamiento global (GPS), se registraron mediciones de distancia entre un dispositivo en reposo y un punto del mapa ubicado exactamente a 100 metros. Se consultó el programa 10 veces en forma aleatoria, a distintas horas del día, obteniendo los siguientes resultados (en metros):

107	89	116	103	83	111	123	90	116	112

- **a)** Modelar la variable aleatoria error de la medición y estimar su media con un intervalo de confianza del 90%.
- **b)** ¿Considera que es posible afirmar que la media de las mediciones difiere de la distancia medida con un riesgo del 5% (confianza del 95%)?

Ejercicio 19. El *rating* de un programa de televisión se mide como el porcentaje de hogares que está viendo el programa en un momento dado. Una compañía medidora de rating cuenta con un panel de 600 hogares colaboradores, en los cuales ha instalado un *people meter* (dispositivo que registra cada minuto si el televisor está encendido y en qué canal, y envía telefónicamente la información a la base de datos durante la noche). Se ha registrado el rating de un programa popular en 25 puntos entre las 21:15 y las 21:16 de la noche del viernes. Es decir que en el día y horarios señalados el 25% de los hogares del panel vio el programa.

- **a)** Calcular un intervalo de confianza del 90% para el rating del programa en la franja horaria estipulada.
- **b)** Sabiendo que cada *people meter* cuesta $20000, calcular la inversión adicional en dispositivos necesaria para medir el rating con un error de muestreo de $\pm$1,00% (un punto porcentual de amplitud en el intervalo de confianza) manteniendo el mismo nivel de confianza. Sugerencia: utilizar como estimador de la proporción muestral el dato registrado del panel existente en la amplitud del intervalo y trabajar a 4 decimales. Observar en cuánto cambia la respuesta si los números se redondean a menos decimales.

Nota: Comienzan a coexistir audiometrías como *people meter* con las de *streaming meter* y con proyectos de *social panel* entre otras, vinculadas a los adelantos en tecnología digital y a las preferencias de los usuarios. Como consecuencia hay problemáticas de privacidad también nuevas, que el método de audiometría en estudio en este problema no presenta pues existe un acuerdo con cada hogar panelista.

Ejercicio 20. Una maderera minorista inspecciona los embarques de madera que llegan de sus proveedores. Para las maderadas de pino de calidad selecta, el supervisor recoge aleatoriamente una gruesa (12 docenas o 144 hojas) de un embarque de varias decenas de miles de hojas. En la muestra, 18 hojas no pueden venderse como de calidad selecta.

- **a)** Calcular un intervalo de confianza al 95% para la proporción p de todo el embarque que no puede venderse como de calidad selecta. Justificar el planteo.
- **b)** Si el 20% o más del embarque no puede venderse como madera de calidad selecta, el embarque no es rentable. ¿Indica el intervalo de confianza que hay razones para pensar que el embarque no es rentable?
- **c)** Si se tratara de diseñar un muestreo para obtener un intervalo de confianza al 95% para la proporción de hojas invendibles con una longitud no superior a 0,04, ¿de qué tamaño debería ser la muestra de hojas inspeccionadas? Para este cálculo la gerencia sugiere suponer, dados los registros históricos y sin sospechas de una maderada fuera de lo habitual, que entre un 10% y un 20% del embarque es invendible.
- **d)** Con respecto al diseño de muestreo del ítem c), ¿sería útil calcular el tamaño de la muestra basándose en la hipótesis de que el 50% del embarque es invendible (estimación de máxima dispersión)?
- **e)** Si a partir del resultado del ítem c) se decide tomar una muestra el doble de lo sugerido, manteniendo el mismo nivel de confianza, ¿se reduce a la mitad la amplitud del intervalo?

Ejercicio 21. Se posee la siguiente información en referencia a la duración de lámparas halógenas. Una muestra de 150 lámparas de la marca LUZ dieron una vida media de 3100 horas y un desvío estándar muestral de 120 horas. Una muestra de 100 lámparas de la marca CANDELA dieron una media de 3050 horas y un desvío estándar muestral de 80 horas. Determinar un intervalo de confianza del 95% para la diferencia de medias de los tiempos de duración de ambas marcas. El resultado de esta muestra, ¿lo inclinaría a comprar una marca en particular? Justificar el planteo.

Ejercicios de mirada conceptual/teórica

Ejercicio I. Sea X una variable aleatoria binomial con parámetros n y p.

- **a)** Demostrar que la proporción muestral $\hat{p} = \frac{X}{n}$ es un estimador insesgado de p.
- **b)** Demostrar que el error estándar es $\sigma_{\hat{p}} = \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}$, y que nunca supera el valor $\sqrt{\frac{1}{4n}}$.

Ejercicio II. Dos economistas estiman μ (el gasto promedio de las familias en una región determinada), con dos estimadores insesgados y estadísticamente independientes, $\hat{\mu}_1$ y $\hat{\mu}_2$. El segundo economista es menos cuidadoso que el primero, resultando que la desviación estándar de $\hat{\mu}_2$ es el triple de la desviación estándar de $\hat{\mu}_1$. Cuando se pregunta cómo combinar $\hat{\mu}_1$ y $\hat{\mu}_2$ para obtener un estimador global publicable, se hacen tres propuestas:

$$\hat{\mu}_3 = \frac{1}{2}\hat{\mu}_1 + \frac{1}{2}\hat{\mu}_2 \text{ (promedio simple); } \hat{\mu}_4 = \frac{3}{4}\hat{\mu}_1 + \frac{1}{4}\hat{\mu}_2 \text{ (promedio ponderado)}$$

$$\hat{\mu}_5 = 1 \cdot \hat{\mu}_1 + 0 \cdot \hat{\mu}_2 \text{ (se descarta uno de los estimadores)}$$

- **a)** ¿Cuáles de estas propuestas corresponde a estimadores insesgados?
- **b)** ¿Cuál es el mejor estimador? Justificar la respuesta con el cálculo adecuado.
- **c)** Proponer una mejor propuesta de la forma $\hat{\mu}_6 = a \cdot \hat{\mu}_1 + b \cdot \hat{\mu}_2$ (idealmente, correspondiente a un estimador insesgado y de varianza mínima).

Ejercicio III. El valor esperado de crecimiento μ de un tipo de planta, durante un período de 1 año, es idéntico al de un segundo tipo, pero la varianza de crecimiento para el primer tipo es σ^2, mientras que para el segundo tipo es $4\sigma^2$. Sean $X_1, X_2, \cdots, X_n$ las n variables aleatorias independientes de crecimiento asociadas a observaciones en las del primer tipo –entonces $E[X] = \mu$ y $V(X) = \sigma^2$–, y sean $Y_1, Y_2, \cdots, Y_m$ las m variables aleatorias independientes de crecimiento asociadas a observaciones en las del segundo tipo –entonces $E[Y] = \mu$ y $V(X) = 4\sigma^2$.

a) Demostrar que para cualquier δ entre 0 y 1, el estimador $\hat{\mu} = \delta\overline{X} + (1-\delta)\overline{Y}$ es insesgado para μ.

b) Para n y m fijos, calcular $V(\hat{\mu})$ y encontrar el valor de δ que reduzca dicha varianza al mínimo. Sugerencia: derivar $V(\hat{\mu})$ con respecto a δ.

Ejercicio IV. El error cuadrático medio de un estimador se define como $ECM(\hat{\theta}) = E\left[(\hat{\theta} - \theta)^2\right]$. Demostrar que $ECM(\hat{\theta}) = V(\hat{\theta}) + (\text{sesgo})^2$ esto es que $ECM(\hat{\theta}) = V(\hat{\theta}) + \left[E(\hat{\theta}) - \theta\right]^2$.

Ejercicio V. La mejor balanza.

Un estimador que tiene varianza pequeña (aunque puede estar sesgado) se denomina <u>preciso</u>. Un estimador que tiene un error cuadrático medio pequeño se denomina <u>exacto</u>.
Para cualesquiera dos estimadores $\widehat{\theta_1}$ y $\widehat{\theta_2}$, sesgados o insesgados, se define la eficacia comparada

$$\text{Eficacia comparada de } \widehat{\theta_1} \text{ con } \widehat{\theta_2} = \frac{ECM(\widehat{\theta_2})}{ECM(\widehat{\theta_1})}.$$

Una masa estándar de 100 gramos se pesó varias veces en una balanza A, y a continuación se presenta la distribución de las mediciones. Para la balanza B se obtuvo una distribución semejante, así como por último la balanza C (Ver figura). Las escalas de cada una de ellas son:
Escala A: μ_A=100,00, σ_A=0,05 – Escala B: μ_B=99,98, σ_B=0,02 – Escala C: μ_C=100,08, σ_C=0,01.

a) ¿Cuál balanza es más precisa? ¿Y más exacta?

b) ¿Cuál es la eficacia relativa de la balanza A con respecto a la balanza B? ¿La de la balanza C con respecto a la B? ¿Las respuestas anteriores concuerdan con el inciso (a)?

c) Dado que las balanzas no son perfectas, se decidió en cada caso pesar 25 veces un objeto y tomar el promedio como la mejor estimación del peso verdadero. Cuando se lleva a cabo lo anterior, ¿cuál balanza proporciona la $\overline{X}$ más exacta?

d) Analizar la verdad o falsedad de las siguientes proposiciones. Si fueran falsas, corregirlas:
Si se toma una sola medición, entonces la parte aleatoria (⍰) y la parte sistemática (sesgo) son igualmente importantes.
Cuando se promedian varias mediciones, la parte aleatoria del error se elimina, mientras que la parte sistemática persiste. Entonces, es particularmente importante tener poco sesgo.

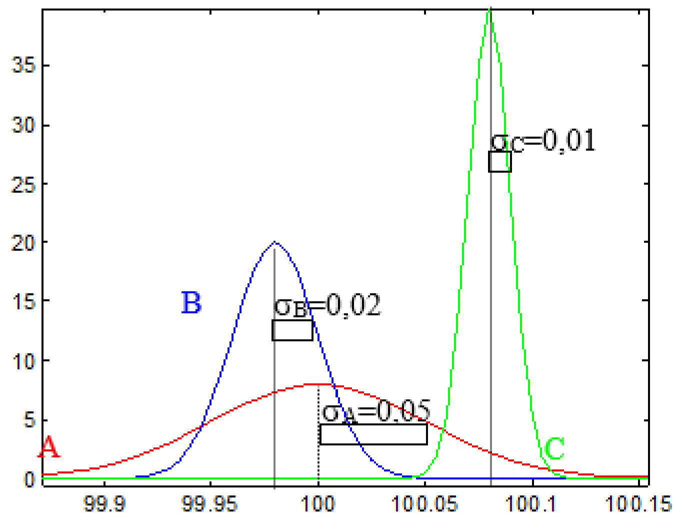

Figura Ej. V. Distribuciones de las mediciones de las balanzas A, B y C.

Ejercicio VI. Sea n el tamaño de una muestra aleatoria de una variable aleatoria X con distribución normal, de desvío estándar conocido σ, correspondiente a un intervalo de confianza para la media poblacional μ con una confianza de $(1-\alpha)100\%$, cuya amplitud es ε. ¿Cuánto y cómo se debe modificar n para reducir a la cuarta parte la amplitud del intervalo de confianza anterior manteniendo el mismo nivel de confianza? Justificar la respuesta.