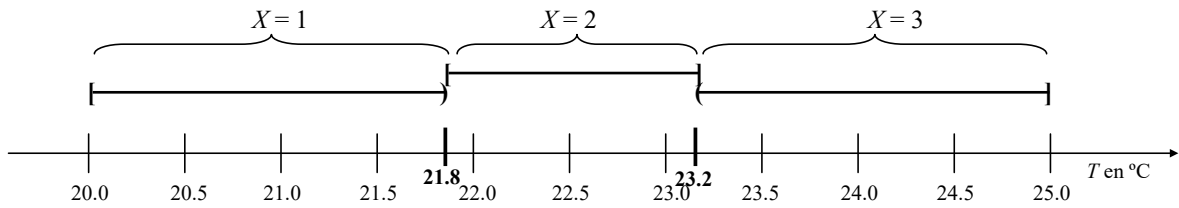
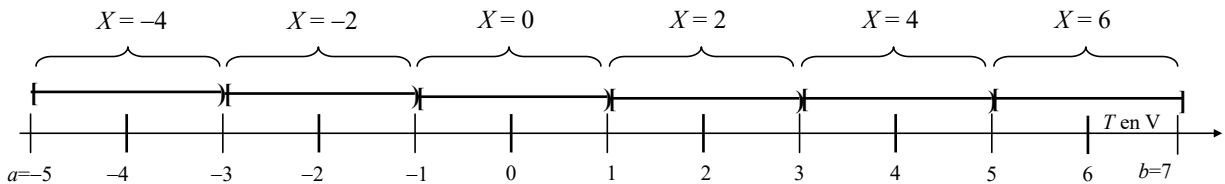


Respuestas Guía de Ejercitación 3. Variable aleatoria discreta

Ej.1. a) $R_X = \{1; 2; 3\}$



b) $R_X = \{-4; -2; 0; 2; 4; 6\}$

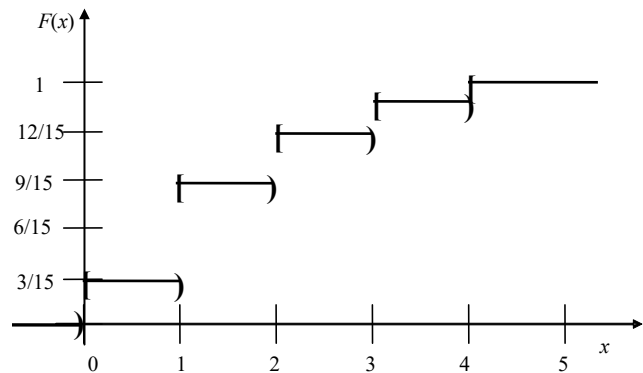


Ej.2. a) La verdadera función de probabilidad puntual es la número 2.

b) i. $P(X \leq 2) = 0,6$; **ii.** $P(X \leq 1) = 0,5$; **iii.** 40%.

c) $c = 1/15$.

$$F(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ 1/3 & 0 \leq x < 1 \\ 3/5 & 1 \leq x < 2 \\ 4/5 & 2 \leq x < 3 \\ 14/15 & 3 \leq x < 4 \\ 1 & x \geq 4 \end{cases}$$



Ej.3. $P(X = x) = \frac{\binom{6}{x} \binom{4}{3-x}}{\binom{10}{3}} \quad x = 0, 1, 2, 3.$

x	0	1	2	3
$p(x)$	$4/120 \approx 0,0333$	$36/120 = 0,3000$	$60/120 = 0,5000$	$20/120 \approx 0,1667$

Ej.4. a)

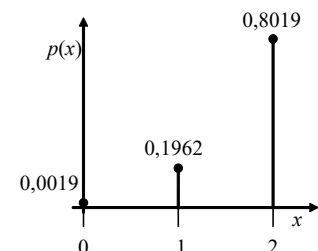
x	4	6	8
$p(x)$	0,45	0,40	0,15

b) $E(X) = 5,40$; $V(X) = 2,04$.

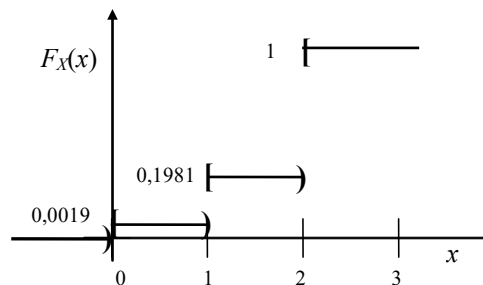
Ej. 5

x	0	1	2
$p(x)$	0,0019	0,1962	0,8019

$E(X) = 1,8$ circuitos



$$F_X(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ 0,0019 & 0 \leq x < 1 \\ 0,1981 & 1 \leq x < 2 \\ 1 & x \geq 2 \end{cases}$$



Ej.6.

x	0	1	2	3
$p(x)$	0,4	0,1	0,3	0,2

Ej.7. a) $p(2)=P(X=2)=F_X(2)-F_X(2^-)=0,20$, $P(X>3)=1-F_X(3)=0,33$
 $P(2 \leq X \leq 5)=F_X(5)-F_X(2^-)=0,78$, $P(2 < X < 5)=F_X(5^-)-F_X(2)=0,53$

b)

x	0	1	2	3	4	5	6
$p(x)$	0,06	0,13	0,20	0,28	0,25	0,05	0,03

c) $E(X)=2,8$

Ej. 8 $R_X = \{0; 1; 2\}$

x	0	1	2
$p(x)$	0,84	0,12	0,04

i) $E(X)=0,2$ reprocesamientos; ii) en promedio se tiene un reprocesamiento cada 5 discos rígidos inspeccionados; iii) 0,4% de los discos rígidos se desarmar.

Ej.10. a) $E[(X-c)^2]=V(X)+[E(X)]^2-2cE(X)+c^2$; $c=E(X)$ minimiza $E[(X-c)^2]$; c) Ajuste $0,8X+20$;

d) $E[h(X)] = \sum_{i=1}^n h(x_i)p(x_i)$; $V[h(X)] = \sum_{i=1}^n [h(x_i)]^2 p(x_i) - \left[\sum_{i=1}^n h(x_i)p(x_i) \right]^2$

Ej.11. a) $c=1/6$

x	1	2	3	4
$p(x)$	1/3	1/3	2/9	1/9

b) $E(X)=19/9 \approx 2,111$; $V(X)=80/81 \approx 0,987$; $\sigma_X \approx 0,994$

c)

Si $k=1$

Venta	Demanda asociada	$p(v)$	Ganancia: g	$p(g)$
1	1, 2, 3, 4	1	$5a$	1

$$E(G) = 5a$$

Si $k=2$

Venta	Demanda asociada	$p(v)$	Ganancia: g	$p(g)$
1	1	1/3	$5a - 3a$	1/3
2	2, 3, 4	2/3	$10a$	2/3

$$E(G) = 2a \cdot 1/3 + 10a \cdot 2/3 = \underline{\underline{22/3 a}}$$

Si $k=3$

Venta	Demanda asociada	$p(v)$	Ganancia: g	$p(g)$
1	1	1/3	$5a - 6a$	1/3
2	2	1/3	$10a - 3a$	1/3
3	3, 4	1/3	$15a$	1/3

$$E(G) = 6a \cdot 1/3 + 15a \cdot 1/3 = \underline{\underline{21/3 a}}$$

Si $k=4$

Venta	Demanda asociada	$p(v)$	Ganancia: g	$p(g)$
1	1	1/3	$5a - 9a$	1/3
2	2	1/3	$10a - 6a$	1/3
3	3	2/9	$15a - 3a$	2/9
4	4	1/9	$20a$	1/9

$$E(G) = 12a \cdot 2/9 + 20a \cdot 1/9 = \underline{\underline{44/9 a}}$$

Si $k=5$

Venta	Demanda asociada	$p(v)$	Ganancia: g	$p(g)$
1	1	1/3	5 a - 12 a	1/3
2	2	1/3	10 a - 9 a	1/3
3	3	2/9	15 a - 6 a	2/9
4	4	1/9	20 a - 3 a	1/9
5	0	0	- 3 a	0

$$E(G) = -6a \cdot 1/3 + 9a \cdot 2/9 + 17a \cdot 1/9 = 17/9 a$$

El valor de $k=2$ maximiza la utilidad esperada, $E(G) = 22/3 a$.

d) Depende el valor de la multa por demanda no satisfecha, cambiará el valor de k que maximiza la utilidad esperada. Se tendería a pensar que dada la poca diferencia entre la utilidad esperada al fabricar 2 ó 3 artículos, por lo menos la respuesta cambiaría al valor de $k=3$ (pero podría ser mayor).

Ej.12. a) $X \sim \text{Bin}(n=5; p=0,02)$; **b)** $P(X=2) \cong 0,00376$; $P(X < 2) \cong 0,99616$; $P(X > 2) \cong 0,00008$; $P(X \geq 1) \cong 0,09608$

c) Los resultados anteriores seguirían siendo aproximadamente válidos si el número de artículos extraídos $n=5$ es menor que el 5% del número de artículos de la producción de la cual son extraídos.

Ej.13. Como la probabilidad de que 3 o más de las 6 naves aterricen en la zona establecida es 0,98304, el programa resulta satisfactorio.

Ej.14. a) 0,0298; **b)** i. 0,5460; ii. 0,1186.

Ej.15. 1,65.

Ej.16. a) 0,0003; **b)** 0,9084; **c)** 0,1048.

Ej.17 a) 0,1428; **b)** 4 buques como máximo.

Ej.19. 0,6165.

Ej.20. $P(X = k) = (1 - p)^k p$ $k \in \mathbf{N}_0$, distribución geométrica, $E(X) = \frac{1}{p}$; $V(X) = \frac{1-p}{p^2}$.

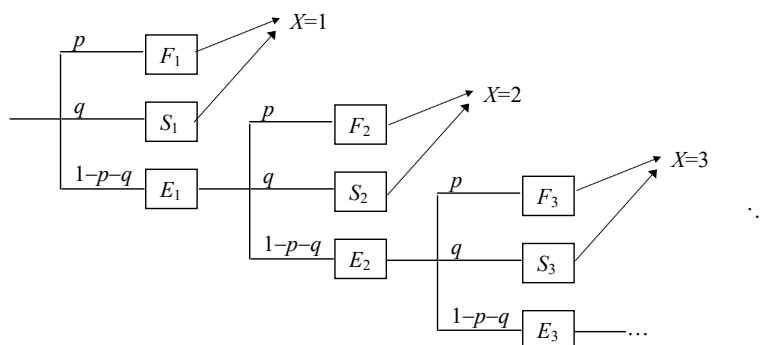
Ej.21. F_k : gana Fisher, S_k : gana Spassky, E_k : empatan en la k -ésima partida.

F gana Fisher el campeonato, S : gana Spassky el campeonato.

a) $P(F) = \frac{p}{1 - (1 - p - q)} = \frac{p}{p + q}$;

b) $P(X = k) = (1 - p - q)^{k-1} (p + q)$ $k = 1, 2, 3, \dots$ Distribución geométrica.

c) $E(X) = \frac{1}{1 - (1 - p - q)} = \frac{1}{p + q}$; $V(X) = \frac{(1 - p - q)}{(p + q)^2}$



MISCELÁNEOS

EJ.I. $(1 - p)^m + mp(1 - p)^{2m-1} + m^2 p^2 (1 - p)^{2m-2} + \frac{m(m-1)}{2} p^2 (1 - p)^{2m-2}$

Ej.III. a) 3,912; **b)** $X \sim \text{Bin}(n=100000, p=0,00003)$

$$P(X \leq 2) = 0,99997^{99998} \left(0,99997^2 + 100000 \cdot 0,00003^1 0,99997^1 + \frac{100000 \cdot 99999}{2} 0,00003^2 \right)$$

“=DISTR.BINOM(2;100000;0,00003;VERDADERO)” $\Rightarrow 0,423186720$

$X \sim P(\lambda = np = 100000 \cdot 0,00003 = 3) \Rightarrow P(X \leq 2) = 8,5e^{-3} \cong 0,4232$

“=POISSON(2;3;VERDADERO)” $\Rightarrow 0,423190081$

c) Modelo Poisson, $n \geq 231$; Modelo Binomial, $n \geq 230$.

Ej.IV. a) 0,0079; **b)** 0,5991.