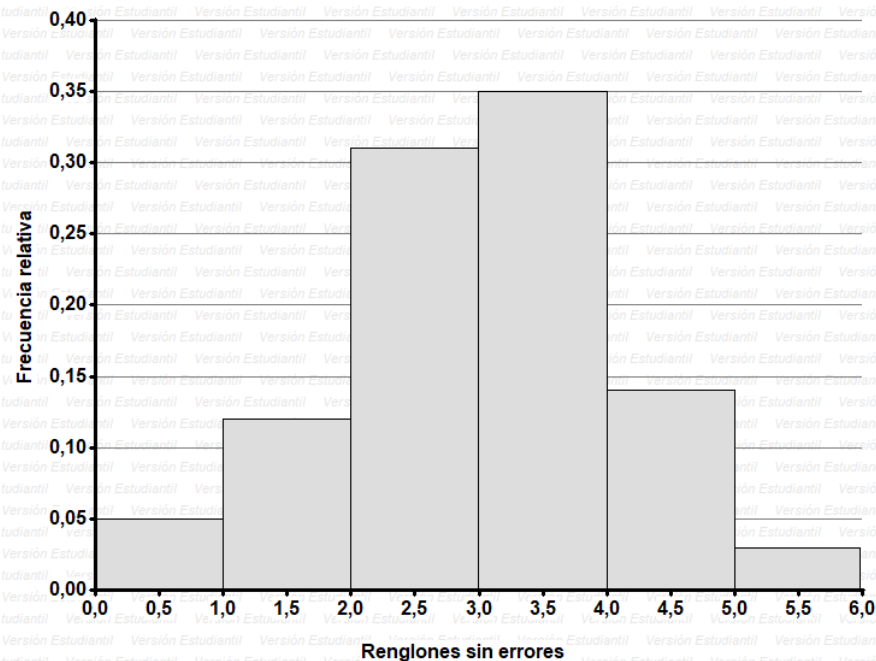


UTN - FRH - Guía de Ejercitación Integradora Unidades 1, 2, 3 y 4

Ejercicio 1. En una prueba de escritura de nivel inicial se cuentan la cantidad de renglones sin errores de cada evaluado por minuto. Con los resultados obtenidos se realiza el histograma de Frecuencia relativa mostrado en la figura anexa.

Los evaluados se quieren clasificar en cuatro grupos de igual número de individuos llamados (de acuerdo con su desempeño): Excelente, Muy Bueno, Bueno, Suficiente. ¿Es posible con la información dada encontrar las cantidades de renglones sin errores que delimiten estos grupos? Si la respuesta es negativa, justificar el porqué. Si la respuesta es afirmativa, indicar dichas cantidades con una aproximación de dos decimales.



Intervalo	Frecuencia relativa
[0 – 1)	0,05
[1 – 2)	0,12
[2 – 3)	0,31
[3 – 4)	0,35
[4 – 5)	0,14
[5 – 6]	0,03

Ejercicio 2. Dos máquinas rectificadoras A y B trabajan de tal manera que cuando se ajusta el diámetro requerido para la pieza rectifican según una distribución normal de valor medio 5 mm y desviaciones estándar de 0,01 mm y 0,02 mm, respectivamente. La máquina A hace el 80% del trabajo y la B el resto. Se mezclan las piezas rectificadas y se supone que una pieza es buena si el diámetro D de una pieza está comprendido entre 5,00 mm y 5,02 mm.

- ¿Cuál es la probabilidad de que una pieza extraída al azar resulte fuera de especificación?
- Si una pieza extraída al azar resulta fuera de especificación, ¿cuál es la probabilidad de que haya sido rectificada por la máquina B?
- Si se toma una muestra de 10 artículos de la mezcla de los fabricados por ambas máquinas, ¿cuál es la probabilidad de encontrar: i. 1 pieza buena?; ii. por lo menos una pieza buena?

Ejercicio 3. La duración de una llamada telefónica es una variable aleatoria con distribución exponencial de media 8 minutos. Si se factura un pulso cada dos minutos o fracción, hallar la función de probabilidad de la cantidad de pulsos facturados por llamada.

Ejercicio 4. La víctima de un accidente morirá, a menos que reciba en los próximos 10,05 minutos una cantidad de sangre tipo A Rh(+) que puede ser suministrada por un solo tipo de donante. Toma 2 minutos "tipificar" la sangre de un donante y 2 minutos realizar la transfusión. Hay un gran número de donantes disponibles cuya sangre no ha sido tipificada y 40% de ellos tienen sangre tipo A Rh(+).

a) ¿Cuál es la probabilidad que se salve la víctima del accidente (evento S) si solo se dispone de un equipo para tipificar la sangre?

b) Sea T la variable aleatoria que indica los minutos hasta que se completó la transfusión que salvó a la víctima. Definir el recorrido de T y la distribución de probabilidad puntual. Nota: es importante usar el dato de que S ocurrió."

Ejercicio 5. Una persona recorre siempre el mismo camino para ir desde su casa al trabajo. En ese camino debe cruzar 6 semáforos. Cada vez que llega a un semáforo que funciona tiene la misma probabilidad de encontrarse con cualquiera de las tres luces, pero se detiene solamente si observa rojo. Por registros anteriores determinó que el 80% de las veces que recorre el camino funcionan los seis semáforos, que el 10% funcionan solamente 5, que el 8% funcionan 4 y el 2% restante de las veces ningún semáforo funciona por cortes generales de luz en la zona.

Para este problema consideremos dos tipos de conductores considerando su actitud con respecto a un semáforo que no funciona: **Semi-Prudencial**, que se detiene si el semáforo no anda y espera a la mejor ocasión para cruzar, y **Arriesgado**, que si el semáforo no anda avanza sin detenerse. Responder las preguntas **a)** y **b)** por separado para cada tipo de conductor.

a) En un determinado día, ¿cuál es la probabilidad de que deba detenerse en más de 4 semáforos?

b) Sabe que si se detiene en más de 4 semáforos pierde el presentismo. En un determinado mes (20 días laborales), ¿cuál es la probabilidad de que pierda el presentismo?

c) Pregunta para la reflexión. La respuesta **b)** para uno u otro tipo de conductor es bien distinta. ¿Qué otro tipo de información incluiría en este modelo como para aportar en la decisión de un conductor de ser del tipo Semi-Prudencial o del tipo Arriesgado?

Ejercicio 6. Una persona se dirige a tomar el colectivo 166 a la parada Primera Junta del Metrobus de Gaona en Haedo. A esa parada llegan tres líneas (166, 302 y 390) de colectivo que podría tomar esta persona. Cada colectivo de las diferentes líneas llega primero en forma aleatoria, pero se sabe que particularmente la línea 166 tiene una tasa de arribo de 4 colectivos cada 40 minutos. La persona en cuestión decide esperar a lo sumo 10 minutos al 166, pero si no llega hasta los diez minutos decide tomar cualquiera que llegue de las tres líneas posibles. Por otro lado, se conoce que las probabilidades de que un colectivo tenga un problema y no pueda continuar su recorrido es de 0,01 para la línea 166 y 0,05 para las otras dos.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que dicha persona tome el 166 y llegue a destino?

b) Si la persona no llegó a destino por falla técnica, ¿cuál es la probabilidad de que haya esperado más de 10 minutos antes de subirse al colectivo?

c) Si la persona esperó más de diez minutos, ¿cuál es la probabilidad de que no llegue a destino por falla técnica en el colectivo?

Ejercicio 7. Cierta vendedora puerta a puerta efectiviza una venta del producto que ofrece el 5% de las veces, el 85% de las veces obtiene por respuesta un rotundo no (o no lo atienden y quedan eliminados de la lista como potenciales compradores). Las veces restantes el visitado se encuentra dudoso y el vendedor le ofrece dejarle el producto para que lo examine hasta el día siguiente. Al volver a buscar el producto, en el 30% de las veces se efectiviza la compra y en el 50% de las veces el producto es devuelto. Las restantes veces, frente a la duda del visitado, el vendedor le ofrece

dejarle el producto un día más. En su tercera y última visita la probabilidad que se efectivice la compra es 0,8.

Sea X el número de encuentros entre el vendedor y el visitado. Por visitado, al vendedor le realizan un descuento de su sueldo de $\$50(X-1)^2$ y le pagan un plus de $\$300$ por visitado que compra (o sea que si vende el producto en la primera visita su plus es completo, sino es menor).

- ¿Qué porcentaje de visitados efectivizan la compra?
- ¿Cuál es la probabilidad de que se efectivizara la venta si el visitado se encontró dudoso por lo menos una vez?
- ¿Cuál es la probabilidad de que el vendedor reciba más de $\$150$ por visitado?

Ejercicio 8. Analizar si cada una de las siguientes proposiciones es verdadera o falsa. En caso de ser verdadera, demostrarlo. En caso de ser falsa, dar una explicación clara o un contraejemplo.

- Sea X una variable aleatoria, entonces $V(V(X)) = 0$.

Notación. V : varianza.

- Sean A y B son dos eventos de un mismo espacio muestral tales que:

$$P(A) = \frac{1}{4}, P(B/A) = \frac{1}{2}, P(A/B) = \frac{1}{2},$$

entonces

$$P(\bar{B}/\bar{A}) = \frac{5}{6}.$$

- Sean A y B son dos eventos excluyentes de un mismo espacio muestral tales que $P(A) = 0,4$ y $P(B) = 0,5$ entonces

$$P[(A \cap B) \cup (\bar{A} \cap \bar{B})] = 0,3.$$

Ejercicio 9. La cantidad de automóviles que llegan a una estación de Verificación Técnica Vehicular (VTV) puede considerarse como un proceso Poisson con una tasa de 20 automóviles por hora. Se sabe que si lo atiende el técnico A el tiempo de atención sigue una distribución Uniforme en el intervalo (10; 15) minutos, pero si lo atiende el técnico B el tiempo de atención en minutos tiene la siguiente función de densidad:

$$f_Y(y) = \begin{cases} \frac{y}{128} & \text{si } 12 \leq y \leq 20 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}.$$

Los técnicos se turnan en atender, y está predeterminado que la primera atención la realiza el técnico A . Cuando un técnico no atiende realiza otra tarea.

El tiempo de atención entre los técnicos es independiente, y a su vez son independientes al arribo de los automóviles.

- ¿Cuál es la probabilidad de que en los primeros 5 minutos lleguen 2 autos y que el tiempo de atención de por lo menos un auto sea mayor a 14 minutos?
- En cierto período el técnico A atendió 3 autos, ¿cuál es la probabilidad de que solo uno de esos autos haya sido atendido en menos de 12 minutos?
- Ingresa un nuevo técnico que tarda el doble de tiempo en atender un auto que el técnico B . Calcular el valor esperado y la varianza del tiempo de atención de este nuevo técnico.

Ejercicio 10. Sea una señal de intensidad I cuya distribución de valores se puede modelizar por una variable aleatoria de distribución Normal con media μ y desvío estándar σ (ambos desconocidos), pero se sabe que: $P(I < 9) = 0,9772$ y $P(I > 3) = 0,8413$.

- Si al realizar una emisión la señal tiene una intensidad menor de 3 se considera de intensidad baja, mientras que si tiene una intensidad mayor de 9 se considera de intensidad alta; en el caso de estar incluida entre 3 y 9 se considera de intensidad media.
 - Determinar la proporción de emisiones con intensidad de cada tipo.

- ii) Si en una sesión, se emiten 20 señales, ¿cuál es la probabilidad de que se observe menos de cuatro veces una señal de intensidad baja?
 - iii) ¿Cuál es la probabilidad de que haya que emitir 10 señales hasta obtener la segunda señal de intensidad alta?
- b) Se diseña un sistema de control cuyo objetivo es homogeneizar las emisiones: si la señal es de intensidad baja, el sistema consigue transformarla en una señal de intensidad media en el 50 % de los casos, dejándola de intensidad baja en el resto de los casos. Si la señal es de intensidad alta, consigue rebajar su intensidad a media en el 30 % de los casos, dejándola de intensidad alta en el resto de los casos. Finalmente, si la señal es de intensidad media, el sistema la deja idéntica.
- i) Si se emite una señal y se le aplica el control, ¿cuál es la probabilidad de que obtengamos como resultado una señal de intensidad baja?, ¿y de intensidad media?, ¿y de intensidad alta?
 - ii) Si se emite una señal y se le ha aplicado el control, resultando la señal transformada de intensidad media, ¿cuál es la probabilidad de que también fuera de intensidad media antes de aplicarle el control?
- c) Determinar los parámetros de la distribución de I , esto es μ y σ .

Ejercicio 11. Se requiere que 1 metro de un alambre especial tenga a lo sumo 1 error. Se puede elegir entre dos procesos.

Manual tal que el número de errores en 1 metro de alambre es una variable aleatoria discreta uniforme con recorrido entre 0 y 9 (ambos extremos incluidos).

Mecánico tal que el número de errores es una variable aleatoria Poisson con un promedio de 90 errores cada 30 metros.

- a) ¿Cuál de los dos procesos tiene mayor probabilidad de cumplir con lo requerido? Justificar la respuesta con los cálculos apropiados.
- b) Por razones de rapidez se decide usar el proceso mecánico. ¿Cuál es la ganancia esperada por metro de alambre si se gana \$100 cuando cumple lo requerido, \$25 si no cumple lo requerido pero no se excede de 3 errores, y se pierde \$20 en otro caso?
- c) Sea X el número de errores al inspeccionar 1 metro de alambre salido del proceso mecánico. Antes de llegar al final del alambre, ya se han encontrado 2 errores. Se desea saber la probabilidad de que se encuentren 3 errores en el metro de alambre. Indicar si alguna/s de las siguientes expresiones conduce a la respuesta correcta:

- (1) $P(X = 3)$; (2) $P(X = 3 / X = 2)$; (3) $P(X = 3 / X \geq 2)$; (4) $P(X = 1 / X \geq 2)$;
- (5) $P(X \leq 3 / X = 2)$.

En caso de no hallar ninguna correcta, escribir cuál sería. **Nota:** no hacer los cálculos.

Ejercicio 12. Completar los espacios de acuerdo con la información suministrada sobre la siguiente muestra de tamaño 100:

$\sum x_i = 5000$	$CV = 80$	$p_{25} = 30$	$d_5 = 50$	$p_{95} = 98$	$x_{Mo} = 30$	$p_5 = 2$	$q_3 = 70$
-------------------	-----------	---------------	------------	---------------	---------------	-----------	------------

- a) La media muestral es: _____.
- b) La varianza es: _____.
- c) El _____% de los datos toma valores entre 70 y 98.
- d) El _____% de los datos supera el valor 50.

Ejercicio 13. En el programa televisivo *Mystères*, de la TF1 francesa, se presenta el gran psíquico *Demo*, con poderes mentales que le permiten, por ejemplo, quemar lámparas que están encendidas. Se invita a los telespectadores a probar su poder. El presentador les pide que llamen todos aquellos

en cuyos hogares se les quemaron las lamparitas de filamento que estén encendidas a partir del momento que él de la señal hasta el final del programa, indicando la cantidad de lámparas que se han quemado. El programa tiene habitualmente diez millones de espectadores y supongamos que en total al momento de iniciar el experimento hay cinco millones de bombitas de filamento encendidas. Por simplicidad consideremos que la variable aleatoria correspondiente a la vida útil de las lámparas tiene distribución exponencial con una vida media esperada de mil horas.

- a) ¿Cuántas lamparitas se espera que se quemaron (medida del poder del psíquico) si desde que se inicia el experimento hasta el final del programa transcurren dos horas? (Recordar que la v.a. exponencial carece de memoria y por tanto no es importante si la lámpara recién se enciende o si ya está prendida de antes, sólo cuenta que al momento de la señal inicial esté prendida).
Observación: la pregunta fue inspirada en la lectura del libro *Conviértase en brujo, conviértase en sabio*, capítulo *Las coincidencias exageradas*, de Georges Charpak y Henri Broch, Ediciones B, 2003.
- b) ¿Cuál debiera ser la vida útil media de las lámparas para que, independientemente de las habilidades del psíquico, la probabilidad de que una lámpara se quemara en el transcurso del experimento sea 0,01?
- c) En un sector de la ciudad hubo cien mil televidentes con una lámpara prendida cada uno y se quemaron 500 de las bombitas. Sólo el 80% de los televidentes a los que se les quemó la lámpara deciden llamar al programa dando aviso, mientras que el 5% de los televidentes a los que no se les quemó deciden realizar igual la llamada engañando al programa. ¿Cuál es la probabilidad de que una llamada recibida sea verdadera?

Ejercicio 14. Una empresa de transporte de cargas desea investigar las características del servicio que brinda. Interesa en particular un de dichos servicios. Se trata del viaje entre dos ciudades, A y B. En este momento se investiga si existe asociación entre el tiempo que insumen los camiones en realizar dicho viaje y el hecho de que hayan sido controlados por la caminera. A los fines de organizar la información, se caracteriza el tiempo (medido en minutos) en tres categorías a saber:

- A:** Estándar (más de 689 minutos y menos de 806 minutos)
B: Menos de lo estándar (a lo sumo 689 minutos)
C: Más de lo estándar (por lo menos 806 minutos)

Con base en la información obtenida en un gran número de viajes, se obtiene la siguiente tabla de probabilidad conjunta:

		Controles		
		Tuvo	No tuvo	
Tipo de Viaje	A	0,10	0,22	
	B	0,18	0,40	
	C			0,10
		0,30		

- a) Completar la tabla
- b) ¿Cuál es la probabilidad de que un camión elegido al azar haya tenido control caminero o el tiempo de viaje haya sido el estándar?
- c) El tiempo que ha insumido un viaje es más de lo estándar, ¿cuál es la probabilidad de que no haya sido controlado por la caminera?
- d) ¿Son independientes la situación de que un viaje dure más de lo estándar y el hecho de haber tenido control caminero? Justificar.