RESPUESTAS GUÍA DE EJERCITACIÓN 3 SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES

Ejercicio 1.

a) $A=\begin{pmatrix}1&1&-1\\-2&-3&4\\-1&-1&3\end{pmatrix}$; $X=\begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix}$; $B=\begin{pmatrix}-1\\8\\6\end{pmatrix}$; $A'=\left(\begin{array}{ccc|c}1&1&-1&-1\\-2&-3&4&8\\-1&-1&3&6\end{array}\right)\sim\left(\begin{array}{ccc|c}1&0&0&\frac{5}{2}\\0&1&0&-1\\0&0&1&\frac{5}{2}\end{array}\right)$

S.C.D. $\left\{(x,y,z)=\left(\frac{5}{2},-1,\frac{5}{2}\right)\right\}$

b) $A=\begin{pmatrix}1&1&1\\1&-1&-1\\2&1&1\\4&-2&3\end{pmatrix}$; $X=\begin{pmatrix}x_1\\x_2\\x_3\end{pmatrix}$; $B=\begin{pmatrix}1\\7\\5\\7\end{pmatrix}$; $A'=\left(\begin{array}{ccc|c}1&1&1&1\\1&-1&-1&7\\2&1&1&5\\4&-2&3&7\end{array}\right)\sim\left(\begin{array}{ccc|c}1&0&0&4\\0&1&0&0\\0&0&1&-3\\0&0&0&0\end{array}\right)$

S.C.D.; $\{(x_1,x_2,x_3)=(4,0,-3)\}$

c) $A=\begin{pmatrix}1&1&0&1\\0&0&1&-1\\1&1&-1&2\end{pmatrix}$; $X=\begin{pmatrix}x\\y\\z\\t\end{pmatrix}$; $B=\begin{pmatrix}3\\2\\0\end{pmatrix}$; $A'=\left(\begin{array}{cccc|c}1&1&0&1&3\\0&0&1&-1&2\\1&1&-1&2&0\end{array}\right)\sim\left(\begin{array}{cccc|c}1&1&0&1&0\\0&0&1&-1&0\\0&0&0&0&1\end{array}\right)$

S.I.

d) $A=\begin{pmatrix}1&-1&1&-2\\-2&2&-1&1\end{pmatrix}$; $X=\begin{pmatrix}x\\y\\z\\t\end{pmatrix}$; $B=\begin{pmatrix}0\\0\end{pmatrix}$; $A'=\left(\begin{array}{cccc|c}1&-1&1&-2&0\\-2&2&-1&1&0\end{array}\right)\sim\left(\begin{array}{cccc|c}1&-1&0&1&0\\0&0&1&-3&0\end{array}\right)$

S.C.I. con gl=2; $\{(x,y,z,t)=\lambda(1,1,0,0)+\mu(-1,0,3,1)\ \forall\lambda\in\mathbf{R},\forall\mu\in\mathbf{R}\}$ Sistema homogéneo

e) $A=\begin{pmatrix}2&2&-3&1\\1&1&-1&3\\1&1&-2&-2\end{pmatrix}$; $X=\begin{pmatrix}x\\y\\z\\t\end{pmatrix}$; $B=\begin{pmatrix}1\\4\\-3\end{pmatrix}$; $A'=\left(\begin{array}{cccc|c}2&2&-3&1&1\\1&1&-1&3&4\\1&1&-2&-2&-3\end{array}\right)\sim\left(\begin{array}{cccc|c}1&1&0&8&11\\0&0&1&5&7\\0&0&0&0&0\end{array}\right)$

S.C.I. con gl =2; $\{(x,y,z,t)=(11,0,7,0)+\lambda(-1,1,0,0)+\mu(-8,0,-5,1)\ \forall\lambda\in\mathbf{R},\forall\mu\in\mathbf{R}\}$

Sistema inhomogéneo

f) $A=\begin{pmatrix}2&2&-3&1\\1&1&-1&3\\1&1&-2&-2\end{pmatrix}$; $X=\begin{pmatrix}x\\y\\z\\t\end{pmatrix}$; $B=\begin{pmatrix}0\\0\\0\end{pmatrix}$; $A'=\left(\begin{array}{cccc|c}2&2&-3&1&0\\1&1&-1&3&0\\1&1&-2&-2&0\end{array}\right)\sim\left(\begin{array}{cccc|c}1&1&0&8&0\\0&0&1&5&0\\0&0&0&0&0\end{array}\right)$

S.C.I. con gl =2; $\{(x,y,z,t)=\lambda(-1,1,0,0)+\mu(-8,0,-5,1)\ \forall\lambda\in\mathbf{R},\forall\mu\in\mathbf{R}\}$

Sistema homogéneo

Observación: La solución del sistema inhomogéneo **e)** es la suma del sistema homogéneo **f)** a la que se le adiciona una solución particular de **e)** (λ=μ=0 en la solución general de **e)**).

Ejercicio 2.

2.1.a) Si $a \neq 0 \wedge a \neq 2$, S.C.D.; $\left\{(x,y,z)=\left(\frac{a+2}{a-2},1,1\right)\right\}$

Si $a=0$, S.C.I. con $gl=1$; $\{(x,y,z)=(-1,\lambda,\lambda)\ \forall\lambda\in\mathbf{R}\}$

Si $a=2$, S.I.

2.1.b) Si $a\neq 4$, S.C.I con $gl=1$; $\left\{(x,y,z)=\left(\frac{a-6}{a-4}-(a+4)\lambda,\frac{1}{a-4}+2\lambda,\lambda\right)\ \forall\lambda\in\mathbf{R}\right\}$

Si $a=4$, S. I.

2.1.c) Si $a\neq -1 \wedge a\neq 0$, S.C.D.; $\left\{(x,y,z)=\left(\frac{1}{2},\frac{1}{2a+2},\frac{1}{2a+2}\right)\right\}$

Si $a=-1$, S.I.

Si $a=0$, S.C.I. con $gl=1$; $\{(x,y,z)=(1-\lambda,-1+3\lambda,\lambda)\ \forall\lambda\in\mathbf{R}\}$

2.1.d) Si $a\neq 0$, S.C.D.; $\{(x_1,x_2,x_3)=(0,1,a-1)\}$. Tres planos secantes en un punto único.

Si $a=0$, S.C.I. con $gl=2$; $\{(x_1,x_2,x_3)=(-\lambda-\mu,\lambda,\mu)\ \forall\lambda\in\mathbf{R},\forall\mu\in\mathbf{R}\}$. Las tres ecuaciones representan un único plano que pasa por el origen.

2.2.a) Si $b\neq 0 \wedge \forall a\in\mathbf{R}$, S.C.D.; $\left\{(x,y,z)=\left(1-\frac{a}{b},\frac{a}{b},0\right)\right\}$

Si $b=0 \wedge a\neq 0$, S.I.

Si $b=0 \wedge a=0$, S.C.I. con $gl=3$; $\{(x,y,z)\ \forall x\in\mathbf{R},\forall y\in\mathbf{R},\forall z\in\mathbf{R}\}$

2.2.b) Si $a\neq 0 \wedge b\neq 2$, S.C.D.; $\left\{(x,y,z)=\left(\frac{2-b}{a},\frac{b-2}{a},1\right)\right\}$

Si $a\neq 0 \wedge b=2$, S.C.I. con $gl=1$; $\left\{(x,y,z)=\left(\frac{2-2\lambda}{a},\frac{2-2\lambda}{a},\lambda\right)\ \forall\lambda\in\mathbf{R}\right\}$

Si $a=0 \wedge b\neq 2$, S.I.

Si $a=0 \wedge b=2$, S.C.I. con $g=2$; $\{(x,y,z)=(\lambda,\mu,1)\ \forall\lambda\in\mathbf{R},\forall\mu\in\mathbf{R}\}$

Ejercicio 3.

3.a) S.C.I. para $k=0 \vee k=3 \vee k=-3$, en cada caso con $gl=1$

Con $k=0$, $\{(x_1,x_2,x_3)=(\lambda,-\lambda,0)\ \forall\lambda\in\mathbf{R}\}$

Con $k=3$, $\left\{(x_1,x_2,x_3)=\left(\frac{2}{3}\lambda,\frac{7}{3}\lambda,\lambda\right)\forall\lambda\in\mathbf{R}\right\}$

Con $k=-3$, $\left\{(x_1,x_2,x_3)=\left(-\frac{2}{3}\lambda,-\frac{7}{3}\lambda,\lambda\right)\forall\lambda\in\mathbf{R}\right\}$

3.b) **Si** $k=0 \vee k=-3$, no existe solución. S.I.

Si $k=3$. S.C.I. $\left\{(x_1,x_2,x_3)=\left(\frac{2}{3}+\frac{2}{3}\lambda,\frac{1}{3}+\frac{7}{3}\lambda,\lambda\right)\forall\lambda\in\mathbf{R}\right\}$

Si $k\neq 3 \vee k\neq -3 \vee k\neq 0$, existe única solución.

MISCELÁNEAS.

M1)

a) S.C.I. $r(A)=r(A')<n$, con la información dada no se puede definir pero $3\leq gl\leq 11$

a) S.C.D. $r(A)=r(A')=8=n$; **c)** S.C.I. $gl=3$, $r(A)=r(A')=8$

b) S.C.I. $r(A)=r(A')=8\rightarrow g.l=3$,

d) S.I. $r(A)=8, r(A')=9$; **e)** S.C.I. *gl*=3, $r(A)=r(A')=8$

APLICACIONES

c) El sistema se balancea si $w_1=8t, w_2=2t, w_3=5t, w_4=t, t\in \mathbf{R}_{>0}$

b) $(x_1, x_2, x_3, x_4)=(9,15,9,15)$

c) $a=1, b=-2, c=3$

d) $a=-1, b=1$

e) i_1=77/47 *A*, i_2=48/47 *A*, i_3=29/47 *A*

f) La solución más económica es 13 camiones Tipo A, 2 Tipo B y 4 Tipo C

g) $f(t)=e^{2t}-2\text{sen}(t)$ para $t\geq 0$