RESPUESTAS A LA GUÍA DE EJERCITACIÓN 1 VECTORES GEOMÉTRICOS

Ejercicio 1.

1.1)

CI: $\overrightarrow{OA}=(2,0,0)$; $\overrightarrow{CB}=(2,0,0)$; $\overrightarrow{GF}=(2,0,0)$; $\overrightarrow{FG}=(-2,0,0)$; $\overrightarrow{OB}=(2,5,0)$; $\overrightarrow{DF}=(2,5,0)$; $\overrightarrow{CE}=(2,-5,3)$; $\overrightarrow{GA}=(2,-5,-3)$

Vectores equipolentes: $\overrightarrow{OA}\sim\overrightarrow{DE}\sim\overrightarrow{CB}\sim\overrightarrow{GF}$; $\overrightarrow{AO}\sim\overrightarrow{BC}\sim\overrightarrow{ED}\sim\overrightarrow{FG}$; $\overrightarrow{OB}\sim\overrightarrow{DF}$; $\overrightarrow{BO}\sim\overrightarrow{FD}$;
$\overrightarrow{OC}\sim\overrightarrow{AB}\sim\overrightarrow{DG}\sim\overrightarrow{EF}$; $\overrightarrow{CO}\sim\overrightarrow{BA}\sim\overrightarrow{GD}\sim\overrightarrow{FE}$; $\overrightarrow{OD}\sim\overrightarrow{AE}\sim\overrightarrow{BF}\sim\overrightarrow{CG}$;
$\overrightarrow{DO}\sim\overrightarrow{EA}\sim\overrightarrow{FB}\sim\overrightarrow{GC}$; $\overrightarrow{OG}\sim\overrightarrow{AF}$; $\overrightarrow{GO}\sim\overrightarrow{FA}$; $\overrightarrow{OE}\sim\overrightarrow{CF}$; $\overrightarrow{EO}\sim\overrightarrow{FC}$

Longitud lados: $\left|\overrightarrow{AB}\right|=\left|\overrightarrow{EF}\right|=\left|\overrightarrow{DG}\right|=\left|\overrightarrow{OC}\right|=5$; $\left|\overrightarrow{DE}\right|=\left|\overrightarrow{GF}\right|=\left|\overrightarrow{CB}\right|=\left|\overrightarrow{OA}\right|=2$; $\left|\overrightarrow{OD}\right|=\left|\overrightarrow{AE}\right|=\left|\overrightarrow{BF}\right|=\left|\overrightarrow{CG}\right|=3$

Longitud diagonales principales: $\left|\overrightarrow{OF}\right|=\left|\overrightarrow{EC}\right|=\left|\overrightarrow{AG}\right|=\left|\overrightarrow{BD}\right|=\sqrt{38}$

CII: $\overrightarrow{V_1V_6}=(a;a;a)$; $\overrightarrow{V_2V_7}=(-a;a;a)$; $\overrightarrow{V_3V_8}=(-a;-a;a)$; $\overrightarrow{V_4V_5}=(a;-a;a)$

1.2) Sea $P(x,y,z)\in\mathbf{R}^3$ el punto descrito.

Si $P\in$ eje x: $y=z=0$, $P(x,0,0), x\in\mathbf{R}$. Si $P\in$ eje y: $x=y=0$, $P(0,y,0), y\in\mathbf{R}$.

Si $P\in$ eje z: $x=y=0$, $P(0,0,z), z\in\mathbf{R}$

Si $P\in r_1$ (r_1: recta paralela al eje x que pasa por P_0): $y=b \wedge z=c$, $P(x,b,c), x\in\mathbf{R}$

Si $P\in r_2$ (r_2: recta paralela al eje y que pasa por P_0): $x=a \wedge z=c$, $P(a,y,c), y\in\mathbf{R}$

Si $P\in r_3$ (r_3: recta paralela al eje x que pasa por P_0): $x_x=a \wedge y=b$, $P(a,b,z), z\in\mathbf{R}$

1.3) Sea $P(x,y,z)\in\mathbf{R}^3$.

Si $P\in$ plano xy: $z=0$, $P(x,y,0), x\in\mathbf{R}, y\in\mathbf{R}$.

Si $P\in$ plano yz: $x=0$, $P(0,y,z), y\in\mathbf{R}, z\in\mathbf{R}$.

Si $P\in$ plano xz: $y=0$, $P(x,0,y), x\in\mathbf{R}, y\in\mathbf{R}$.

Si $P\in\pi_1$ (π_1: plano paralelo al plano xy que pasa por P_0): $z=c$, $P(x,y,c), x\in\mathbf{R}, y\in\mathbf{R}$

Si $P\in\pi_2$ (π_2: plano paralelo al plano yz que pasa por P_0): $x=a$, $P(a,y,z), y\in\mathbf{R}, z\in\mathbf{R}$

Si $P\in\pi_3$ (π_3: plano paralelo al plano xz que pasa por P_0): $y=b$, $P(x,b,y), x\in\mathbf{R}, z\in\mathbf{R}$

1.4) Cara 1 ($ABFE$)= $\left\{(x,y,z)\in\mathbf{R}^3 / (x,y,z)=(2,\lambda,\mu)\wedge 0\le\lambda\le 5\wedge 0\le\mu\le 3\right\}$

Cara 2 ($BFGC$)= $\left\{(x,y,z)\in\mathbf{R}^3 / (x,y,z)=(\lambda,5,\mu)\wedge 0\le\lambda\le 2\wedge 0\le\mu\le 3\right\}$

Cara 3 ($OCGD$)= $\left\{(x,y,z)\in\mathbf{R}^3 / (x,y,z)=(0,\lambda,\mu)\wedge 0\le\lambda\le 5\wedge 0\le\mu\le 3\right\}$

Cara 4 ($AEDO$)= $\left\{(x,y,z)\in\mathbf{R}^3 / (x,y,z)=(\lambda,0,\mu)\wedge 0\le\lambda\le 2\wedge 0\le\mu\le 3\right\}$

Cara 5 ($ABCO$)= $\left\{(x,y,z)\in\mathbf{R}^3 / (x,y,z)=(\lambda,\mu,0)\wedge 0\le\lambda\le 2\wedge 0\le\mu\le 5\right\}$

Cara 6 ($EFGD$)= $\left\{(x,y,z)\in\mathbf{R}^3 / (x,y,z)=(\lambda,\mu,3)\wedge 0\le\lambda\le 2\wedge 0\le\mu\le 5\right\}$

Ejercicio 2.

2.1) $\vec{v}_1=(3,0,0)$; $\vec{v}_2=(-3,0,0)$ **2.2)** $\vec{v}_1=\left(0,\sqrt{2},\sqrt{2}\right)$; $\vec{v}_2=\left(0,-\sqrt{2},-\sqrt{2}\right)$

2.3) $\vec{v}_1=(0,0,2)$; $\vec{v}_2=(0,0,-2)$ **2.4)** $v_1=(\lambda;0;\lambda)$; $v_2=(\lambda;0;-\lambda)$; $\lambda\in\mathbf{R}$

2.5) $\vec{v}_1=(1,1,0)$; $\vec{v}_2=(-1,-1,0)$

Ejercicio 3.

3.1.a) $\overline{AB}=(2,8)$; **3.1.b)** $d(A;B)=\sqrt{68}$; **3.1.c)** $M(5,6)$; **3.1.d)** $C\left(\frac{11}{2},8\right)$

3.2) En $\mathbf{R}^2$: $\overline{AB}=\left(x_2-x_1, y_2-y_1\right)$. En $\mathbf{R}^3$: $\overline{AB}=\left(x_2-x_1, y_2-y_1, z_2-z_1\right)$

3.3) En $\mathbf{R}^2$: $d(A;B)=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$.

En $\mathbf{R}^3$: $d(A;B)=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2+(z_2-z_1)^2}$

3.4) En $\mathbf{R}^2$: $M\left(\dfrac{x_1+x_2}{2},\dfrac{y_1+y_2}{2}\right)$. En $\mathbf{R}^3$: $M\left(\dfrac{x_1+x_2}{2},\dfrac{y_1+y_2}{2},\dfrac{z_1+z_2}{2}\right)$

Ejercicio 4.

4.1) $d\left(A_{(1)};A_{(3)}\right)=2$; $d\left(B_{(1)};B_{(3)}\right)=2$; $d\left(C_{(1)};C_{(3)}\right)=\sqrt{34}$; $d\left(D_{(1)};D_{(3)}\right)=\sqrt{34}$

4.2) $d\left(A_{(1)};A_{(3)}\right)=2$; $d\left(B_{(1)};B_{(3)}\right)=\sqrt{22}$; $d\left(C_{(1)};C_{(3)}\right)=\sqrt{22}$; $d\left(D_{(1)};D_{(3)}\right)=2$

Ejercicio 5.

5.1) $\vec{a}+2\vec{b}=(5,-1,-1)$; $\vec{a}-\vec{c}=(0,1,-2)$; $\vec{a}+2\vec{b}-3\vec{c}=(2,-1,-4)$; $5(\vec{b}-4\vec{c})=(-10,-5,-20)$; $-3(2\vec{a}-5\vec{b})=(24,-21,6)$

5.2) $\left|\vec{a}+2\vec{b}\right|=3\sqrt{3}$; $|\vec{a}|+2\left|\vec{b}\right|=\sqrt{3}+2\sqrt{5}$; $\left|-2\vec{c}\right|+\left|2\vec{c}\right|=4\sqrt{2}$; $\dfrac{1}{|\vec{a}|}\vec{a}=\left(\dfrac{\sqrt{3}}{3},\dfrac{\sqrt{3}}{3},-\dfrac{\sqrt{3}}{3}\right)$; $\left|\dfrac{1}{|\vec{a}|}\vec{a}\right|=1$

5.3) $\vec{x}=\left(-\dfrac{1}{6},\dfrac{1}{2},-\dfrac{1}{2}\right)$

Ejercicio 6.

6.1.a) $\left|\vec{v}_R\right|=20\sqrt{61}\ km/h\cong 156{,}2\,km/h$; orientación SO con un ángulo $\alpha=39^{\circ}\ 48'\ 20''$ con respecto a línea NS; **6.1.b)** $\left|\vec{v}_R\right|=50\sqrt{35}\ km/h\cong 295{,}8\,km/h$

6.2) $f_x=10\ kgr$

6.3.a) Sugerencia: Partir de $\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}$ **6.3.b)** Sugerencia: Partir de $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{DA}=\vec{0}$

Ejercicio 7.

7.1) **a)** $\vec{a}\cdot\vec{b}=2\sqrt{3}$, $\theta=\dfrac{\pi}{3}$; **b)** $\vec{a}\cdot\vec{b}=0$, $\theta=\dfrac{\pi}{2}$

c) $\vec{a}\cdot\vec{b}=5$, $\theta\cong 54^{\circ}\,44'8''$; **d)** $\vec{a}\cdot\vec{b}=4$, $\theta\cong 79^{\circ}\,35'21''$

7.2) $\theta\cong 35^{\circ}\,15'$

7.3) Sugerencia: Demostrar que dos lados son perpendiculares. El ángulo recto está en el vértice Q.

7.4. **a)** $\alpha=10$; **b)** $\alpha=-1/2$; **c)** $\alpha=4 \vee \alpha=-32$

Ejercicio 8. Sugerencia: Utilizar $|\vec{u}|^2=\vec{u}\cdot\vec{u}$

Ejercicio 9.

9.1) $(-1,-2,-3)$; $(-9,2,-7)$; $(-1,-6,-7)$; $(0,-2,-2)$

9.2) $\vec{d}=\dfrac{-3\sqrt{14}}{14}(1,2,3)$; el vector $-\vec{d}$ también es respuesta

9.3) $\left|\vec{a}\times\vec{b}\right|=\sqrt{14}$ **9.4)** $\dfrac{\left|\vec{a}\times\vec{b}\right|}{2}=\dfrac{\sqrt{14}}{2}$ **9.5)** $\alpha_1=\dfrac{-1+\sqrt{29}}{2}$; $\alpha_2=\dfrac{-1-\sqrt{29}}{2}$

9.6) Área$=\dfrac{\sqrt{14}}{2}$ **9.7)** No existe $\vec{x}$ **9.8)** $\vec{x}=(-2+\lambda,\lambda,-\lambda)\ \forall\lambda\in\mathbf{R}$

Ejercicio 10.

10.1) **a)** $\alpha=-\dfrac{4}{3}$; **b)** $\alpha=-3 \vee \alpha=1/3$ **10.2)** No son coplanares **10.3)** No existe m

10.4) Sugerencia: Utilizar la interpretación geométrica del producto vectorial.

Ejercicio 11.

11.1) $(\vec{u}+\vec{v})\cdot(\vec{u}-\vec{v})=|\vec{u}|^2-|\vec{v}|^2$; $(\vec{u}+\vec{v})\times(\vec{u}-\vec{v})=2\vec{v}\times\vec{u}$; $\vec{u}\cdot(\vec{u}\times\vec{v})=0$

11.2) **a)** $\vec{u}\cdot\vec{v}\cdot\vec{w}$; $\vec{u}\cdot(\vec{v}\cdot\vec{w})$; $\vec{u}\cdot(3+\vec{v})$; $\vec{u}^3$; $\vec{u}\times(\vec{u}\cdot\vec{v})$; $\vec{u}\times\vec{v}\times\vec{w}$; $\vec{u}\times\vec{u}\times\vec{u}$

b) $\vec{u}\cdot(\vec{u}\times\vec{v})=0$; $\vec{u}\times(\vec{u}\times\vec{u})=\vec{0}$; $(\vec{u}\times\vec{u})\times(\vec{v}\times\vec{v})=\vec{0}$; $(\vec{u}\times\vec{u})\cdot(\vec{v}\times\vec{v})=0$

c) $(\vec{u}\cdot\vec{v})\vec{w}=\vec{0}$; $\vec{u}(\vec{v}\cdot\vec{w})=\vec{0}$; $\vec{u}\cdot(\vec{v}+\vec{w})=0$; $\vec{u}\cdot(3\vec{v})=0$; $(\vec{u}\cdot\vec{v})+3=3$; $(\vec{u}\cdot\vec{v})^3=0$;

$\vec{u}\cdot(\vec{u}\times\vec{v})=0$; $\vec{u}\times\vec{v}\cdot\vec{w}=|\vec{w}|^2$ ó $-|\vec{w}|^2$; $\vec{u}\times(\vec{u}\times\vec{u})=\vec{0}$; $(\vec{u}\times\vec{u})\times(\vec{v}\times\vec{v})=\vec{0}$; $(\vec{u}\times\vec{u})\cdot(\vec{v}\times\vec{v})=0$

11.3) **a)** V; **b)** V; **c)** F; **d)** V; **e)** F; **f)** F

Ejercicio 12.

12.1) **a)** $5\hat{\imath}-\hat{\jmath}$, punto: (5,–1); **b)** $-\hat{\imath}+2\hat{\jmath}$, punto:(–1,2); **c)** $\lambda\hat{\imath}+\lambda\hat{\jmath}$ con $0\le\lambda\le 1$, segmento

d) $\vec{v}=\lambda\hat{\imath}+\lambda\hat{\jmath}, \forall\lambda\in R$, recta que pasa por el origen; **e)** $\vec{v}=(1+\lambda)\hat{\imath}+\lambda\hat{\jmath}, \forall\lambda\in\mathbf{R}$, recta

f) $\vec{v}=(\mu+\lambda)\hat{\imath}+\lambda\hat{\jmath}, 0\le\mu\le 1, \lambda\ge 0$, franja semi-infinita inclinada

g) $\vec{v}=(\mu+\lambda)\hat{\imath}+\lambda\hat{\jmath}, \forall\lambda\in\mathbf{R}, \forall\mu\in\mathbf{R}$, todo el plano

12.2) **a)** $\vec{v}=\lambda(1,0)+\mu(0,1)$ con $\lambda>2\wedge\mu\ge 1$; **b)** $\vec{v}=\lambda(2,-1)+\mu(0,1)\ \forall\lambda\in\mathbf{R}\wedge\mu>0$

c) $\vec{v}=\lambda(2,-1)+\mu(0,1)\ \forall\lambda\in\mathbf{R}\wedge\mu\ge 1$; **d)** $\vec{v}=\lambda(1,0)+\mu(1,3); 0\le\lambda\le 4\wedge 0\le\mu\le 1$

e) $\vec{v}=\lambda(1,0)+\mu(1,3)$ con $0\le\lambda\le 4\wedge 1\le\mu\le 2$

Ejercicio 13.

13.1) $\vec{x}=(1,-1,2)+\lambda(3,2,-2), \lambda\in\mathbf{R}$; $\begin{cases} x=1+3\lambda \\ y=-1+2\lambda \\ z=2-2\lambda \end{cases}, \forall\lambda\in R$; $\dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z-2}{-2}$

Sin intersección con los ejes coordenados

$r\cap$ plano (xy): $P(4,1,0)$; $r\cap$ plano (yz): $P(0,-5/3,8/3)$; $r\cap$ plano (xz): $P(5/2,0,1)$

13.2) $\vec{x}=(1,-1,2)+\lambda(1,0,1), \forall\lambda\in\mathbf{R}$; $\begin{cases} x=1+\lambda \\ y=-1 \\ z=2+\lambda \end{cases}, \forall\lambda\in\mathbf{R}$; $\begin{cases} x-1=z-2 \\ y=-1 \end{cases}$

Sin intersección con los ejes coordenados

$r\cap$ plano (xy): $P(-1,-1,0)$; $r\cap$ plano (yz): $P(0,-1,1)$; $r\cap$ plano (xz): no hay

13.3) $\vec{x}=(1,-1,2)+\lambda(0,0,1), \forall\lambda\in\mathbf{R}$; $\begin{cases} x=1 \\ y=-1 \\ \forall z\in\mathbf{R} \end{cases}$

Sin intersección con los ejes coordenados

$r\cap$ plano (xy): $P(1,-1,0)$; $r\cap$ plano (yz): no hay; $r\cap$ plano (xz): no hay

13.4) $\vec{x}=(1,-1,2)+\lambda(1,0,0), \forall\lambda\in\mathbf{R}$; $\begin{cases} y=-1 \\ z=2 \\ \forall x\in\mathbf{R} \end{cases}$

Sin intersección con los ejes coordenados

$r\cap$ plano (xy): no hay; $r\cap$ plano (yz): $P(0,-1,2)$; $r\cap$ plano (xz): no hay

13.5) $\vec{x}=(1,-1,2)+\lambda(-2,3,-4), \forall\lambda\in\mathbf{R}$; $\begin{cases} x=1-2\lambda \\ y=-1+3\lambda \\ z=2-4\lambda \end{cases}, \forall\lambda\in\mathbf{R}$; $\dfrac{x-1}{-2}=\dfrac{y+1}{3}=\dfrac{z-2}{-4}$

Sin intersección con el eje x; sin intersección con el eje z; $r\cap$ eje y: $P(0,1/2,0)$;

$r \cap$ plano (xy): $P(0,1/2,0)$; $r \cap$ plano (xz): $P(1/3,0,2/3)$; $r \cap$ plano (yz): $P(0,1/2,0)$

13.6) $\vec{x}=(1,-1,2)+\lambda(2,1,-1), \forall\lambda \in \mathbf{R}$; $\begin{cases} x=1+2\lambda \\ y=-1+\lambda, \forall\lambda\in\mathbf{R} \\ z=2-\lambda \end{cases}$; $\dfrac{x-1}{2}=y+1=\dfrac{z-2}{-1}$

13.7) $\vec{x}=(1,-1,2)+\lambda(2,0,-1), \forall\lambda \in \mathbf{R}$; $\begin{cases} x=1+2\lambda \\ y=-1 \quad ,\forall\lambda\in\mathbf{R} \\ z=2-\lambda \end{cases}$; $\begin{cases} \dfrac{x-1}{2}=\dfrac{z-2}{-1} \\ y=-1 \end{cases}$

13.8) $\vec{x}=(1,-1,2)+\lambda(-1,0,0), \forall\lambda \in \mathbf{R}$; $\begin{cases} y=-1 \\ z=2 \\ \forall x\in\mathbf{R} \end{cases}$

$(r_1 \angle ; r_2) = \arccos\left(\dfrac{5}{\sqrt{30}}\right)$; $(r_1 \angle ; r_3) = \arccos\left(\dfrac{-2}{\sqrt{6}}\right)$; $(r_2 \angle ; r_3) = \arccos\left(\dfrac{-2}{\sqrt{5}}\right)$

Ejercicio 14.

14.1) $4x+2y-3z-4=0$; $\vec{x}=(3,-1,2)+\lambda(1,-2,0)+\mu(0,3,2), \forall\lambda\in\mathbf{R}, \forall\mu\in\mathbf{R}$

$\begin{cases} x=3+\lambda \\ y=-1-2\lambda+3\mu, \forall\lambda\in\mathbf{R}, \forall\mu\in\mathbf{R} \\ z=2+2\mu \end{cases}$

14.2) $y+1=0$; $\vec{x}=(3,-1,2)+\lambda(1,0,0)+\mu(0,0,1), \forall\lambda\in\mathbf{R}, \forall\mu\in\mathbf{R}$; $\begin{cases} y=-1 \\ \forall x\in\mathbf{R}, \forall z\in\mathbf{R} \end{cases}$

$\pi \cap$ con eje x: no hay; $\pi \cap$ con eje y: $P(0,-1,0)$; $\pi \cap$ con eje z: no hay

$\pi \cap$ con plano(xy): $P(\lambda,-1,0)$ $\forall\lambda\in\mathbf{R}$; $(x,y,z)=(0,-1,0)+\lambda(1,0,0), \forall\lambda\in\mathbf{R}$

$\pi \cap$ con plano(yz): $P(0,-1,\lambda)$ $\forall\lambda\in\mathbf{R}$; $(x,y,z)=(0,-1,0)+\lambda(0,0,1), \forall\lambda\in\mathbf{R}$

14.3) $x+1=0$; $\vec{x}=(-1,1,2)+\lambda(0,1,0)+\mu(0,0,1), \forall\lambda\in\mathbf{R}, \forall\mu\in\mathbf{R}$; $\begin{cases} x=-1 \\ \forall y\in\mathbf{R}, \forall z\in\mathbf{R} \end{cases}$

14.4) $\vec{x}=(1,-1,0)+\lambda(2,1,3)+\mu\overrightarrow{P_3P_r}, \forall\lambda\in\mathbf{R}, \forall\mu\in\mathbf{R}$, siendo $P_r(1,0,2)$ (una respuesta posible)

$\begin{cases} x=1+2\lambda \\ y=-1+\lambda+\mu, \forall\lambda\in\mathbf{R}, \forall\mu\in\mathbf{R} \\ z=3\lambda+2\mu \end{cases}$; $x+4y-2z+3=0$

14.5) $5x+2y-4z-3=0$; $\vec{x}=(1,-1,0)+\lambda(2,1,3)+\mu(2,-3,1), \forall\lambda\in\mathbf{R}, \forall\mu\in\mathbf{R}$

$\begin{cases} x=1+2\lambda+2\mu \\ y=-1+\lambda-3\mu, \forall\lambda\in\mathbf{R}, \forall\mu\in\mathbf{R} \\ z=3\lambda+\mu \end{cases}$

14.6) $2x-3y+4z-37=0$; $\vec{x}=(3,-1,7)+\lambda(1,0,-1/2)+\mu(0,-1,-3/4), \forall\lambda\in\mathbf{R}, \forall\mu\in\mathbf{R}$

$\begin{cases} x=3+\lambda \\ y=-1-\mu \qquad ,\forall\lambda\in\mathbf{R}, \forall\mu\in\mathbf{R} \\ z=7-(1/2)\lambda-(3/4)\mu \end{cases}$

14.7) $x+y+z-1=0$; $\vec{x}=(1,0,0)+\lambda\overrightarrow{AB}+\mu\overrightarrow{AC}, \forall\lambda\in\mathbf{R}, \forall\mu\in\mathbf{R}$ (una respuesta posible)

$\begin{cases} x=1-\lambda-\mu \\ y=\lambda \qquad ,\forall\lambda\in\mathbf{R}, \forall\mu\in\mathbf{R} \\ z=\mu \end{cases}$

14.8) $11x+6y+z-19=0$; $\vec{x}=(0,3,1)+\lambda(-1,1,5)+\mu(1,-2,1), \forall\lambda\in\mathbf{R}, \forall\mu\in\mathbf{R}$

$$\begin{cases} x=-\lambda+\mu \\ y=3+\lambda-2\mu, \forall\lambda\in\mathbf{R}, \forall\mu\in\mathbf{R} \\ z=1+5\lambda+\mu \end{cases}$$

Ángulo entre ($y+1=0;x+1=0$)=$\pi/2$

Ejercicio 15.

15.1) **a)** $S=\{3\}$ (un punto);

b) $S=\{(x,y)\in\mathbf{R}^2/x=3\}=\{(3,y)/\forall y\in\mathbf{R}\}$. Ecuación general (E.G.) $x-3=0$ (una recta)

Ec. vect-param. (E.V.P.): $\vec{x}=(3,0)+\lambda(0,1), \forall\lambda\in\mathbf{R}$; Ecs. cart-param. (E.C.P.): $\begin{cases} x=3 \\ y=\lambda \end{cases}, \forall\lambda\in\mathbf{R}$

c) $x-3=0$; $(x,y,z)=(3,0,0)+\lambda(0,1,0)+\mu(0,0,1), \forall\lambda\in\mathbf{R}, \forall\mu\in\mathbf{R}$; $\begin{cases} x=3 \\ y=\lambda, \forall\lambda\in\mathbf{R}, \forall\mu\in\mathbf{R} \\ z=\mu \end{cases}$

15.2) **a)** E.G.: $x-2y-4=0$; ec. explícita: $y=-2+(1/2)x$; ec. segmentaria: $\frac{x}{4}+\frac{y}{-2}=1$ (una recta)

E.V.P.: $\vec{x}=(4,0)+\lambda(2,1), \forall\lambda\in\mathbf{R}$; E.C.P.: $\begin{cases} x=4+2\lambda \\ y=\lambda \end{cases}, \forall\lambda\in\mathbf{R}$; ec. simétrica: $\frac{x-4}{2}=\frac{y-0}{1}$

b) E.G.: $x-2y-4=0$; E.V.P: $\vec{x}=(4,0,0)+\lambda(0,0,1)+\mu(4,2,0), \forall\lambda\in\mathbf{R}, \forall\mu\in\mathbf{R}$ (un plano)

Ec. normal: $\frac{1}{\sqrt{5}}x-\frac{2}{\sqrt{5}}y=\frac{4}{\sqrt{5}}$; E.C.P.: $\begin{cases} x=4+4\mu \\ y=2\mu \quad, \forall\lambda\in\mathbf{R}, \forall\mu\in\mathbf{R} \\ z=\lambda \end{cases}$

15.3) **a)** $S=\{(0,-2)\}$ (un punto)

b) E.V.P.: $\vec{x}=(0,-2,0)+\lambda(0,0,1), \forall\lambda\in\mathbf{R}$; E.C.P.: $\begin{cases} x=0 \\ y=-2, \forall\lambda\in\mathbf{R} \\ z=\lambda \end{cases}$ (una recta)

15.4) E.V.P.: $\vec{x}=(0,-2,-2)+\lambda(-2,-1,2), \forall\lambda\in\mathbf{R}$; E.C.P.: $\begin{cases} x=-2\lambda \\ y=-2-\lambda \quad, \forall\lambda\in\mathbf{R} \\ z=-2+2\lambda \end{cases}$ (una recta)

Ecs. simétricas: $\frac{x}{-2}=\frac{y+2}{-1}=\frac{z+2}{2}$; ecs. reducidas: $\begin{cases} x=-z-2 \\ y=-(1/2)z-2 \end{cases}$

15.5) E.V.P.: $\vec{x}=(0,3,1)+\lambda(1,0,0), \forall\lambda\in\mathbf{R}$; E.C.P..: $\begin{cases} x=\lambda, \forall\lambda\in\mathbf{R} \\ y=3 \\ z=1 \end{cases}$ (una recta)

15.6) E.G.: $z-1=0$; E.C.P.: $\begin{cases} x=\lambda \\ y=\alpha, \forall\lambda\in\mathbf{R}, \forall\alpha\in\mathbf{R} \\ z=1 \end{cases}$ (un plano)

15.7) E.G.: $x=0$; E.C.P.: $\begin{cases} x=0 \\ y=\lambda, \forall\lambda\in\mathbf{R}, \forall\mu\in\mathbf{R} \\ z=\mu \end{cases}$; E.V.P.: $\vec{x}=\lambda(0,1,0)+\mu(0,0,1), \forall\lambda\in\mathbf{R}, \forall\mu\in\mathbf{R}$

(un plano)

15.8) $(-2x_1+2x_2)x+(-2y_1+2y_2)y+(-2z_1+2z_2)z+(x_1^2-x_2^2+y_1^2-y_2^2+z_1^2-z_2^2)=0$, plano π que tiene por normal $\vec{n}_\pi \parallel \overrightarrow{P_1P_2}$ y pasa por el punto medio entre P_1 y P_2

15.9) π: $(x,y,z)=(3,0,0)+\lambda(3,-4,0)+\mu(0,0,1), \forall\lambda\in\mathbf{R}, \forall\mu\in\mathbf{R}$; $\begin{cases} x=3+3\lambda \\ y=-4\lambda \\ z=\mu \end{cases}, \forall\lambda\in\mathbf{R}, \forall\mu\in\mathbf{R}$;

$4x+3y-12=0$

r: $(x,y,z)=(3,0,0)+\lambda(3,-4,0), \forall\lambda\in\mathbf{R}$; $\begin{cases} x=3+3\lambda \\ y=-4\lambda \\ z=0 \end{cases}, \forall\lambda\in\mathbf{R}$; $\begin{cases} \dfrac{x-3}{3}=\dfrac{y}{-4} \\ z=0 \end{cases}$

r_1: $(x,y,z)=(0,0,3)+\lambda(0,1,0), \forall\lambda\in\mathbf{R}$; $\begin{cases} x=0 \\ y=\lambda, \forall\lambda\in\mathbf{R} \\ z=3 \end{cases}$

π_1: $(x,y,z)=(0,0,3)+\lambda(1,0,0)+\mu(0,1,0), \forall\lambda\in\mathbf{R}, \forall\mu\in\mathbf{R}$; $\begin{cases} x=\lambda \\ y=\mu, \forall\lambda\in\mathbf{R}, \forall\mu\in\mathbf{R} \\ z=3 \end{cases}$; $z-3=0$

π_2: $(x,y,z)=(3,0,0)+\lambda(0,1,0)+\mu(0,0,1), \lambda\in\mathbf{R}, \mu\in\mathbf{R}$; $\begin{cases} x=3 \\ y=\lambda, \lambda\in\mathbf{R}, \mu\in\mathbf{R} \\ z=\mu \end{cases}$; $x-3=0$

r_2: $(x,y,z)=(3,0,3)+\lambda(0,1,0), \lambda\in\mathbf{R}$; $\begin{cases} x=3 \\ y=\lambda, \lambda\in\mathbf{R} \\ z=3 \end{cases}$; $\begin{cases} x=3 \\ z=3 \end{cases}$

Ejercicio 16.

16.1) $d(A;B)=5$ **16.2)** $\pi: \frac{8}{9}x+\frac{4}{9}y-\frac{1}{9}z+2=0$; $d(O;\pi)=2$ **16.3)** $k=2 \vee k=-2$;

16.4) $d(A;r)=\dfrac{\sqrt{77}}{7}$ **16.6)** $d(r_1;r_2)=3$; $P_1(2,-1,-4)\in r_1$, $P_2(1,1,-2)\in r_2$

16.7) Si $m=4$, r y π son paralelos con distancia $d(r;\pi)=\dfrac{|n|}{\sqrt{3}}$. Sólo si $n=0$, $r\subset\pi$. Si $m\neq4$, son secantes y su distancia es 0. Particularmente, si $m=-2$, $\forall n\in\mathbf{R}$, r y π son perpendiculares.

Ejercicio 17.

17.1) $A(0,0,0)$, $B(0,1,0)$, $C\left(\dfrac{\sqrt{3}}{2},\dfrac{1}{2},0\right)$

17.2) $\{P(x,3,0)\,\forall x\in\mathbf{R}\}\cup\left\{P\left(x,\dfrac{1}{2},0\right)\forall x\in\mathbf{R}\right\}$. Lugar geométrico: dos rectas paralelas al eje x.

17.3) **a)** $(2,\sqrt{2},\sqrt{2})$; **b)** $2\sqrt{2}$; **c)** $\pi\equiv y-z=0$, $\pi'\equiv y+z=0$

17.4) Rectángulo de área $8\sqrt{2}\,cm^2$

17.5) a) $A'(1,0,6)$ **b)** $A'(-5,2,4)$

Ejercicio 18.

18.1) $r: \frac{4}{5}x - \frac{3}{5}y + 1 = 0$; $d(O;r) = 1$; **18.2)** $d(A;r) = \frac{3\sqrt{2}}{2}$

18.3) **a)** $(x+3)^2 + (y-2)^2 = 5$, circunferencia; **b)** $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$, elipse

c) $\frac{y^2}{16} - \frac{x^2}{9} = 1$, hipérbola; **d)** $y^2 = 12x$, parábola de eje horizontal

Miscelánea.

M1 $k=18 \vee k=-18$; **M3** $A(5,4)$; $B(1,2)$; $C\left(\frac{51}{11},\frac{32}{11}\right)$; $D\left(\frac{15}{11},\frac{34}{11}\right)$

M5 **a)** Las rectas son alabeadas, no existe un plano que las contenga.

b) Si $a=0$, las rectas están contenidas por el plano xy ($z=0$). Si $a \neq 0$, no existe plano que contenga a las rectas.