ECUACIONES DIFERENCIALES

Ecuaciones diferenciales de una variable

Es una relación entre una variable x, la función buscada $y(x)$ así como cualesquiera de sus derivadas, $y'(x)$, $y''(x)$, ..., $y^{n)}(x)$

EJEMPLO

$$y.y' = 2x \quad \Rightarrow \quad y.\frac{dy}{dx} = 2x$$

Solución

Es toda función $y=f(x)$ que al sustituirla en la ecuación diferencial $F(x, y, y', ...)=0$ la convierte en una identidad.

Si obtenemos una relación , despejamos la variable y obtenemos y=f(x)

EJ.7-8

$$y' = \frac{dy}{dx}$$

$$y' = \frac{2}{x}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{2}{x}$$

$$dy = \frac{2}{x}dx$$

$$\int dy = 2\int \frac{1}{x}\, dx$$

$$y = 2\ln|x| + C$$

SOLUCIÓN GENERAL

FAMILIA DE PRIMITIVAS

verifica

verifica

SOLUCIÓN EN PARTICULAR

ECUACIÓN DE LA CURVA

$(e; 1)$

$$y = 2\ln|x| + C$$

$$1 = 2\ln|e| + C$$

$$1 = 2 + C$$

$$1 - 2 = -1 = C$$

$$y = 2\ln|x| - 1$$

Pasa por el punto dado

EJ.7-8

$y'' = 3$ y pasa por (1;2) donde y' = 4

$$y'' = \frac{dy'}{dx} = 3$$

$$dy' = 3 \cdot dx$$

$$\int dy' = \int 3 \cdot dx$$

$$y' = 3x + C$$

$$4 = 3.1 + C \Rightarrow 1 = C$$

$$y' = \frac{dy}{dx} = 3x + 1$$

$$dy = (3x + 1)dx$$

$$\int dy = \int (3x + 1)dx$$

$$y = 3\int x\,dx + \int dx$$

OTRA SIMBOLOGIA

$$y'' = \frac{dy'}{dx} = \frac{d}{dx}\left(\frac{dy}{dx}\right) = \frac{d^2y}{(dx)^2}$$

$$y = 3.\frac{x^2}{2} + x + C$$

$$2 = 3.\frac{1^2}{2} + 1 + C$$

$$2 - \frac{3}{2} - 1 = C$$

$$\frac{-1}{2} = C$$

$$y = \frac{3x^2}{2} + x - \frac{1}{2}$$

7-9 d)

Escribe ***la función primitiva*** de y = x^2+2x cuya representación gráfica pasa por el punto (1;3)

$\int f(x)\,dx = F(x) + c$

F(X) = ¿ ? ⟵ y= f$(x) = x^2 + 2x$

$$\int (x^2+2x)\,dx = \int x^2\,dx + 2\int x\,dx = \frac{x^3}{3} + \frac{2x^2}{2} + C$$

$$F(x) = \frac{x^3}{3} + x^2 + C$$

$$3 = \frac{1^3}{3} + 1^2 + C \Rightarrow C = \frac{5}{3} \Rightarrow F(x) = \frac{x^3}{3} + x^2 + \frac{5}{3}$$