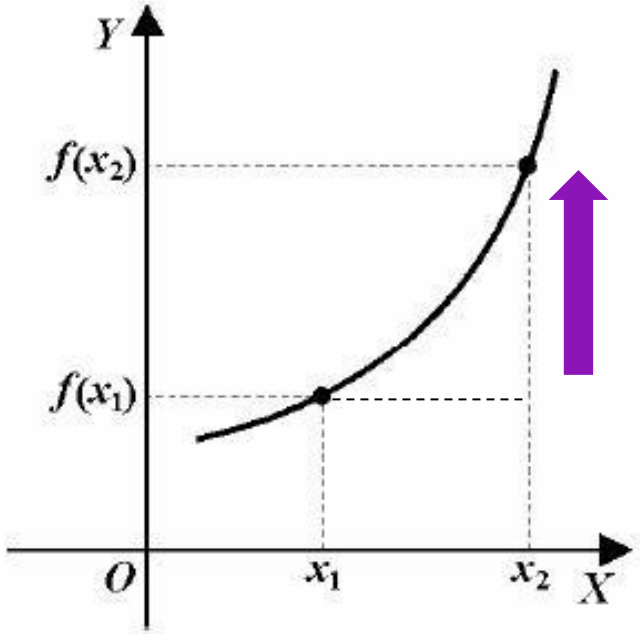
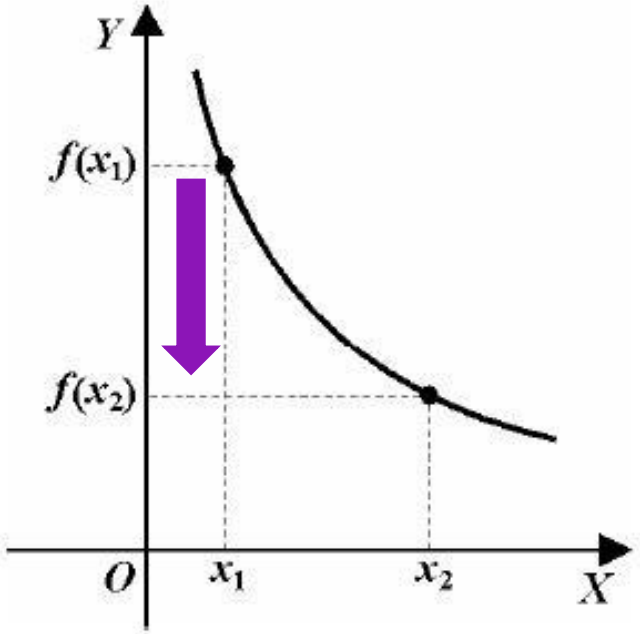
UNIDAD 5

VARIACIÓN DE FUNCIONES



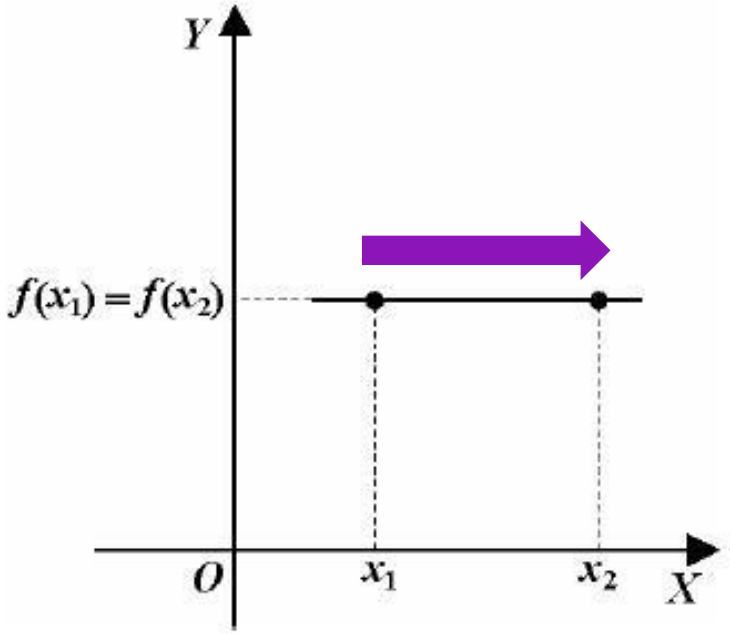
Función creciente

$x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) < f(x_2)$



Función decreciente

$x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) > f(x_2)$



Función constante

$x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) = f(x_2)$

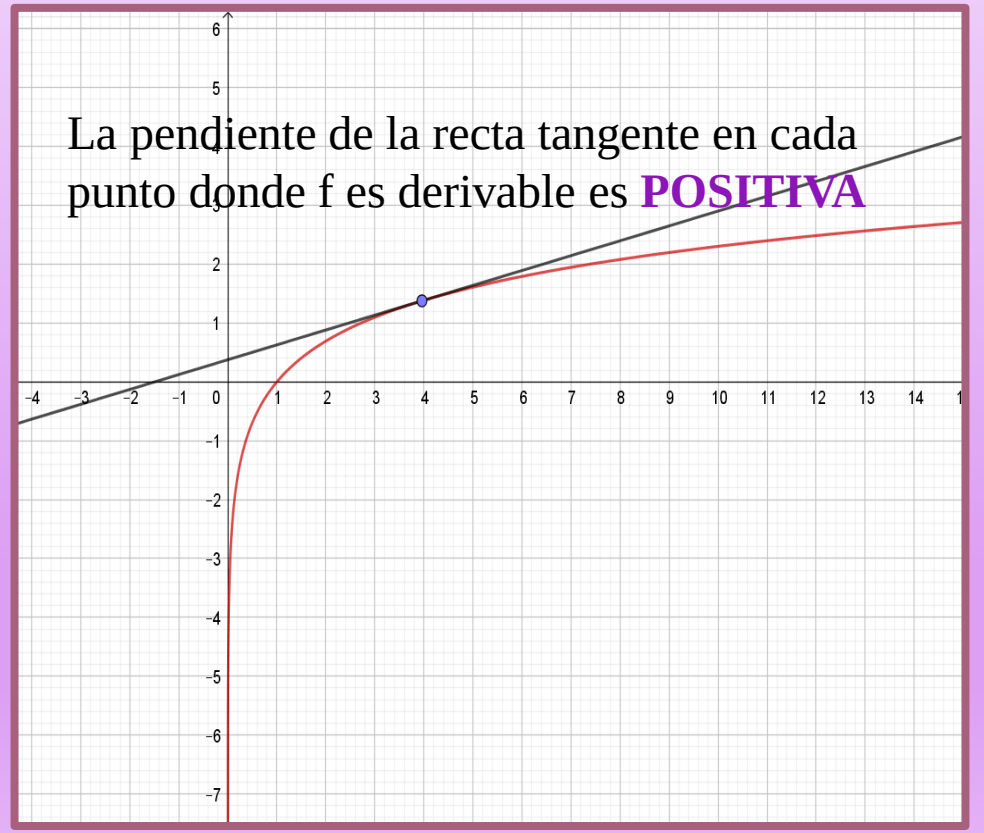
Una función f es estrictamente creciente o decreciente o constante sobre un conjunto: intervalo I

¿Cómo determinamos los intervalos dónde una función es creciente y/o decreciente?

<u>Propiedad</u>: Sea f continua en $[a,b]$, derivable en (a,b)

1.**Si f ´(x) > 0 para todo x en un conjunto I , entonces f es estrictamente creciente en el conjunto I**

1(a)- Si f es creciente en un conjunto I , entonces en cada punto de ese intervalo donde f es derivable , **f'(x)>0**

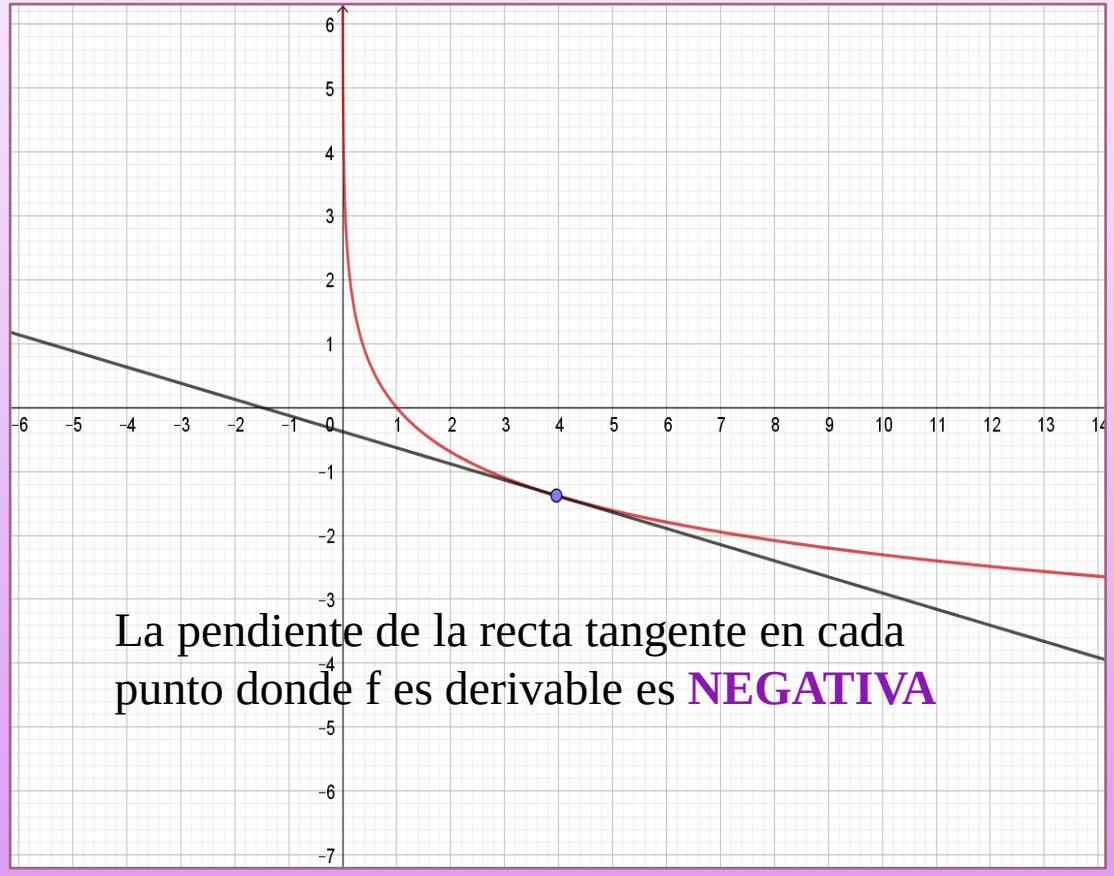


2.**Si f ´(x) < 0 para todo x en un conjunto I , entonces f es estrictamente decreciente en el conjunto I**

2(a).Si f es decreciente en un conjunto I, entonces en cada punto donde f es derivable , **f'(x)<0**

3.**Si f es constante en un conjunto , entonces en cada punto donde f es derivable, f ´(x)=0**

3(a). Si f ´(x)= 0 para todo x en (a ,b), entonces f es constante en [a, b]



EJEMPLO: Determinar los Intervalos de Crecimiento y decrecimiento

$$f(x) = x.e^x$$

$$f'(x) = 1.e^x + x.e^x$$

$$f'(x) = e^x.(1+x)$$

$$f'(x) = 0$$

$$e^x.(1+x)$$

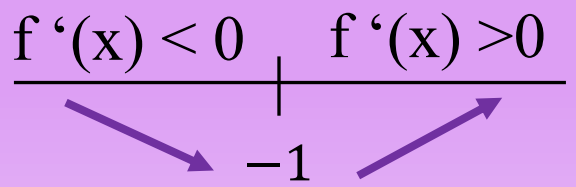
$$e^x = 0 \vee 1 + x = 0$$

$$x = -1$$ ➡ **Punto crítico**

Intervalos:

$$(-\infty, -1)$$

$$(-1, +\infty)$$



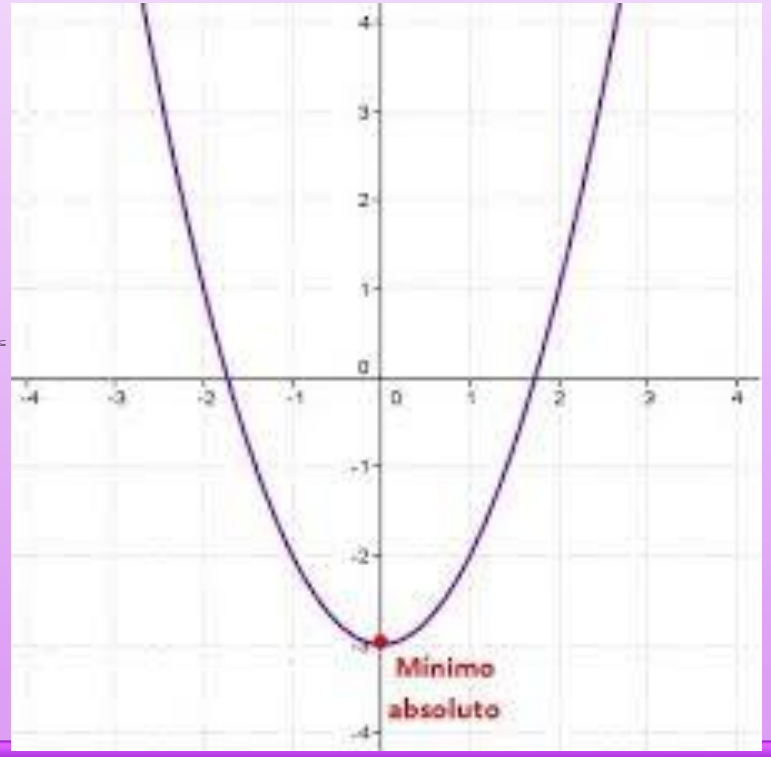
Decrece = $(-\infty, -1)$

Crece = $(-1, -\infty)$

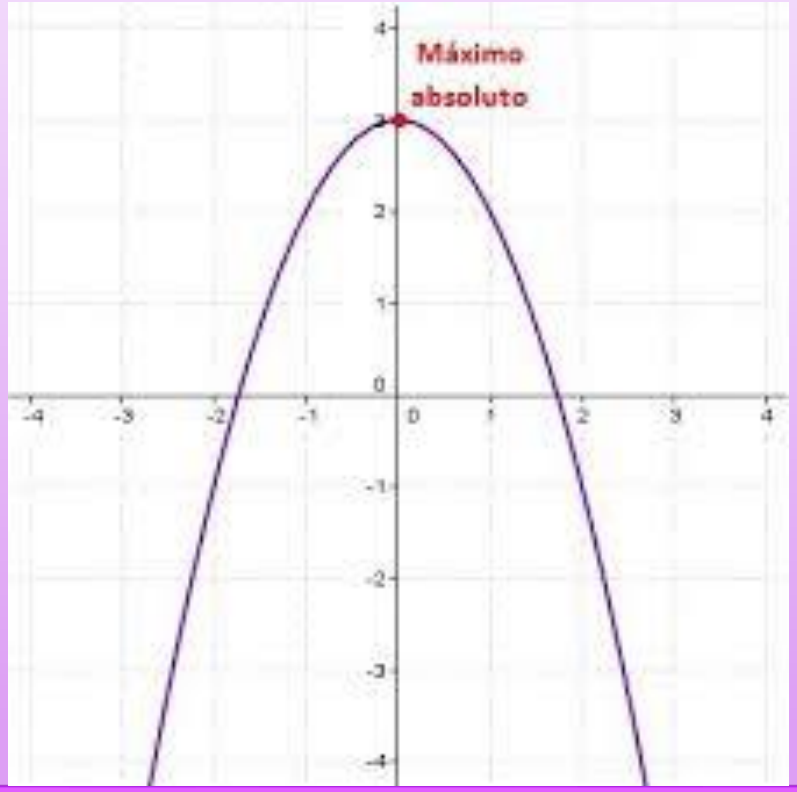
¿Cómo determinamos los extremos relativos o locales?

Definición de extremos

Sea f definida sobre un intervalo I que contiene a c.

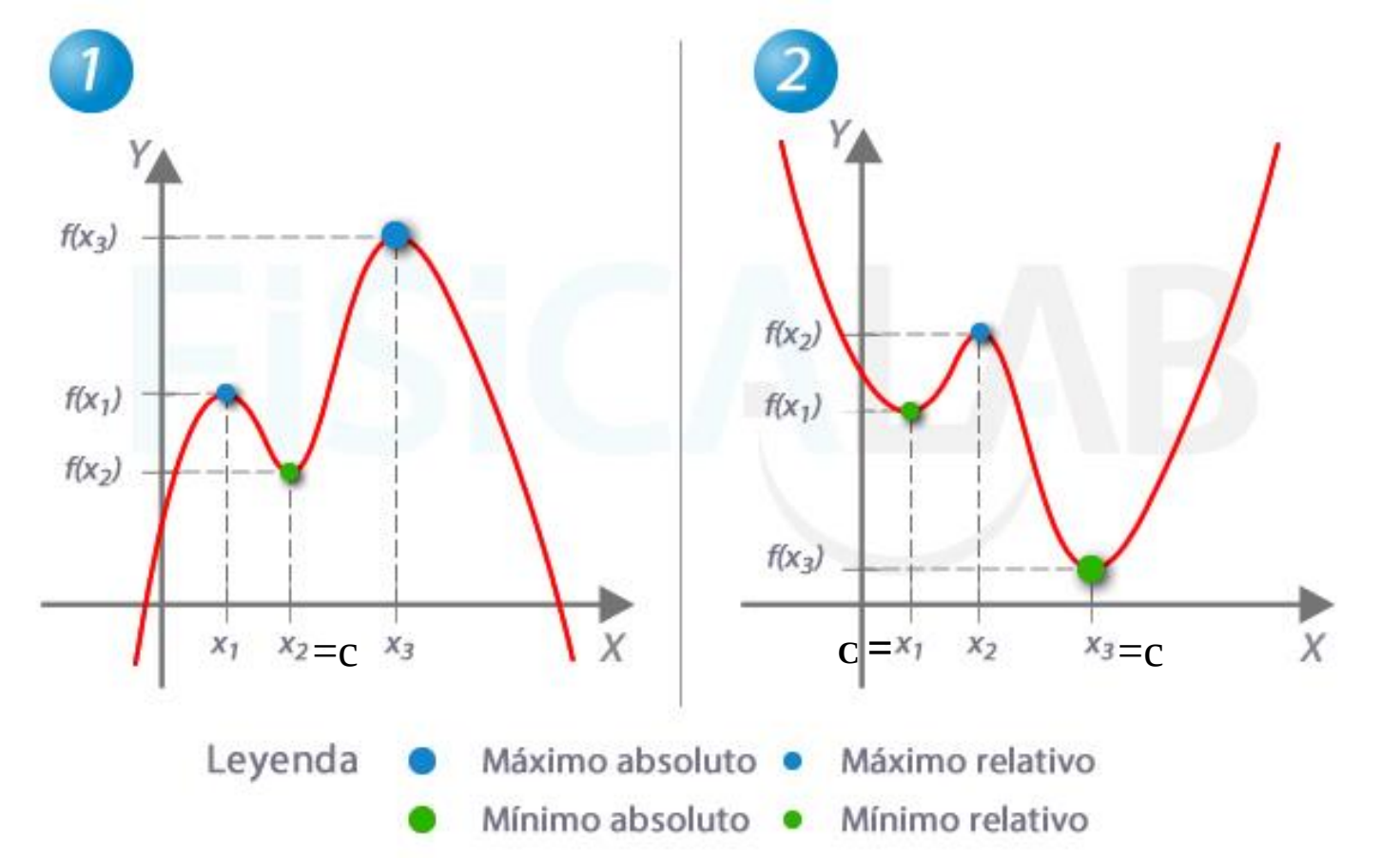


- **f (c) es el mínimo absoluto de f en un intervalo I si f (c) ≤ f (x) para todo x en dicho intervalo I**



- **f (c) es el máximo absoluto de f en un intervalo I si f (c) ≥ f (x) para toda x en dicho intervalo I.**

Definición de extremos relativos o locales



- Si hay un intervalo abierto que contiene a c (E(c, δ) en el cual f(c) $\geq f(x)$, entonces recibe el nombre de máximo relativo o local de f.
- Si hay un intervalo abierto que contiene a c (E(c, δ) en el cual f(c) $\leq f(x)$, entonces recibe el nombre de mínimo relativo de f.

Definición de punto crítico

Si f es continua, definida en un intervalo I, el punto c∈ $dom\ f$ es punto crítico en dicho intervalo si:

a) f ‘ (c)= 0 ó **b) si f no es derivable en c** ó **c) c es uno de los extremos del intervalo, si f esta definida en I.**

-Teorema de Fermat –

Los extremos relativos ocurren sólo en los puntos críticos

Si f tiene un mínimo o máximo relativo en x=c, entonces c es un punto crítico

El recíproco no es válido, **o sea si c es un punto crítico no implica que f en ese punto tiene un mínimo o máximo**

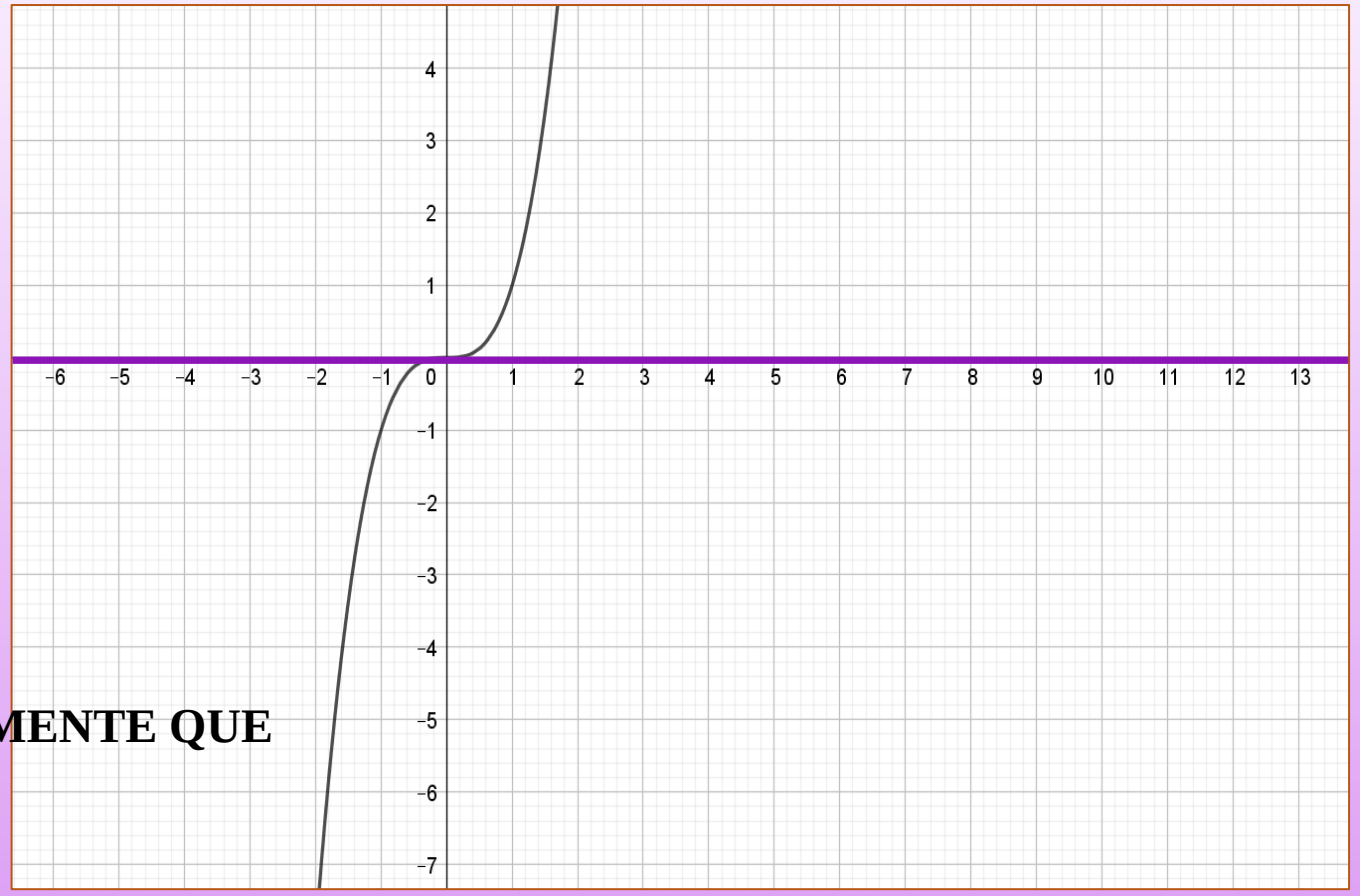
Ejemplo:

$$f(x) = x^3$$

$$f'(x) = 3x^2$$

$$f'(x) = 0$$

$$3x^2 = 0 \rightarrow x = 0$$ ES PUNTO CRITICO



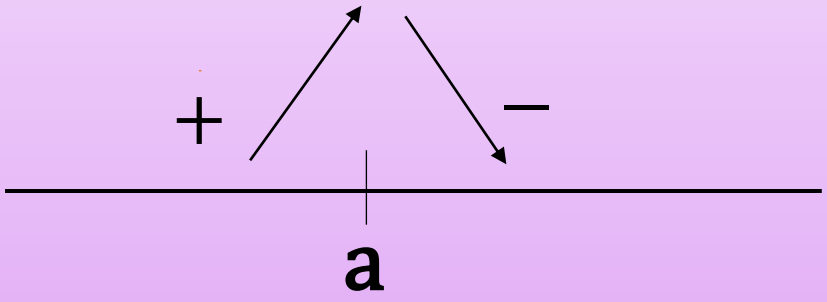
EN $x = 0$ OBSERVAMOS GRÁFICAMENTE QUE

NO HAY EXTREMO.

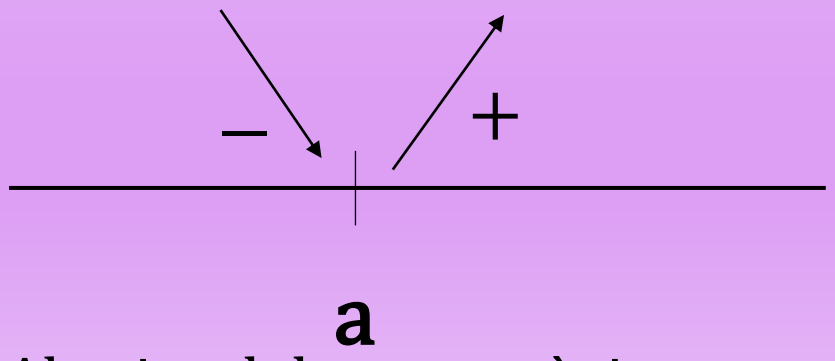
Criterio para determinar extremos (Condición suficiente)

Criterio del signo de la derivada primera

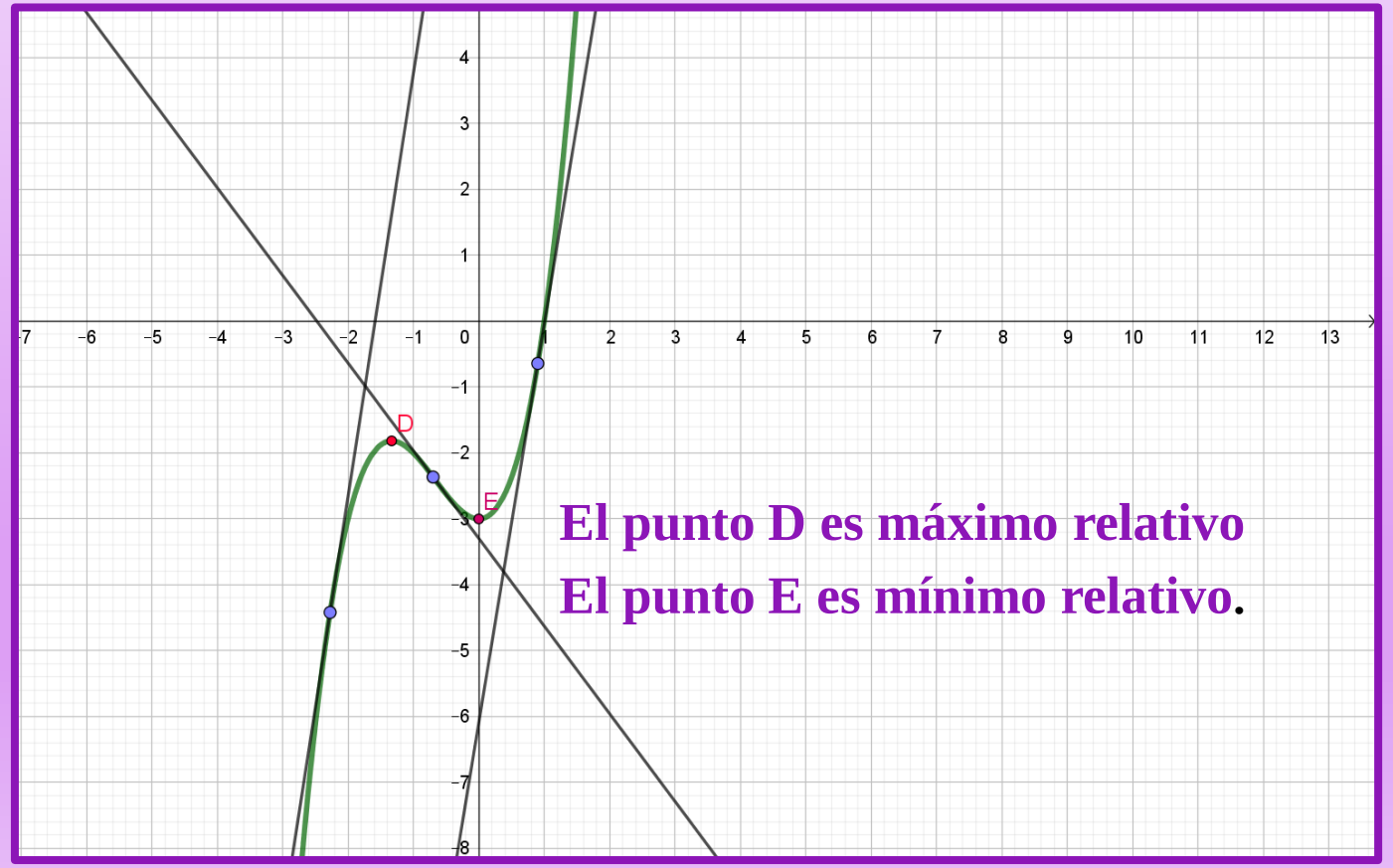
Si al atravesar un punto crítico la derivada primera pasa de ser positiva a negativa hay un máximo, mientras que si pasa de negativa a positiva hay un mínimo



Abscisa del punto màximo



Abscisa del punto mìnimo



Ejemplo:
5-18) d)

$$f(x) = x.e^x$$

$$Df = R$$

- Asíntotas

Vertical: No tiene

Horizontal: $\lim_{x \to +\infty} x.e^x = +\infty$

$$\lim_{x \to \infty} x.e^x = \infty.0 \quad Indeterminado$$

$$\lim_{x \to \infty} \frac{x}{\frac{1}{e^x}} = \frac{0}{0}$$

$$L.H$$

$$\lim_{x \to \infty} \frac{1}{-e^{-x}} = 0$$

A.Horizontal y = 0

Intersecciones con los ejes

Eje x

$$x.e^x = 0$$

$$x = 0 \vee e^x = 0$$

$$x = 0 \vee absurdo$$

Eje y

f(0)=0

Crecimiento, decrecimiento

$$f(x) = x.e^x$$

$$f'(x) = 1.e^x + x.e^x$$

$$f'(x) = e^x.(1+x)$$

$$f'(x) = 0$$

$$e^x.(1+x)$$

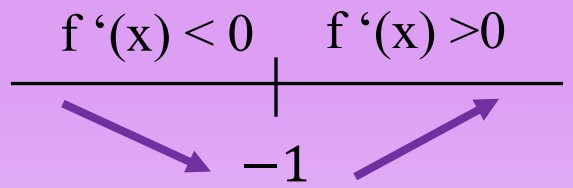
$$e^x = 0 \vee 1 + x = 0$$

$$x = -1$$ ➡ **Punto crítico**

Intervalos:

$$(-\infty, -1)$$

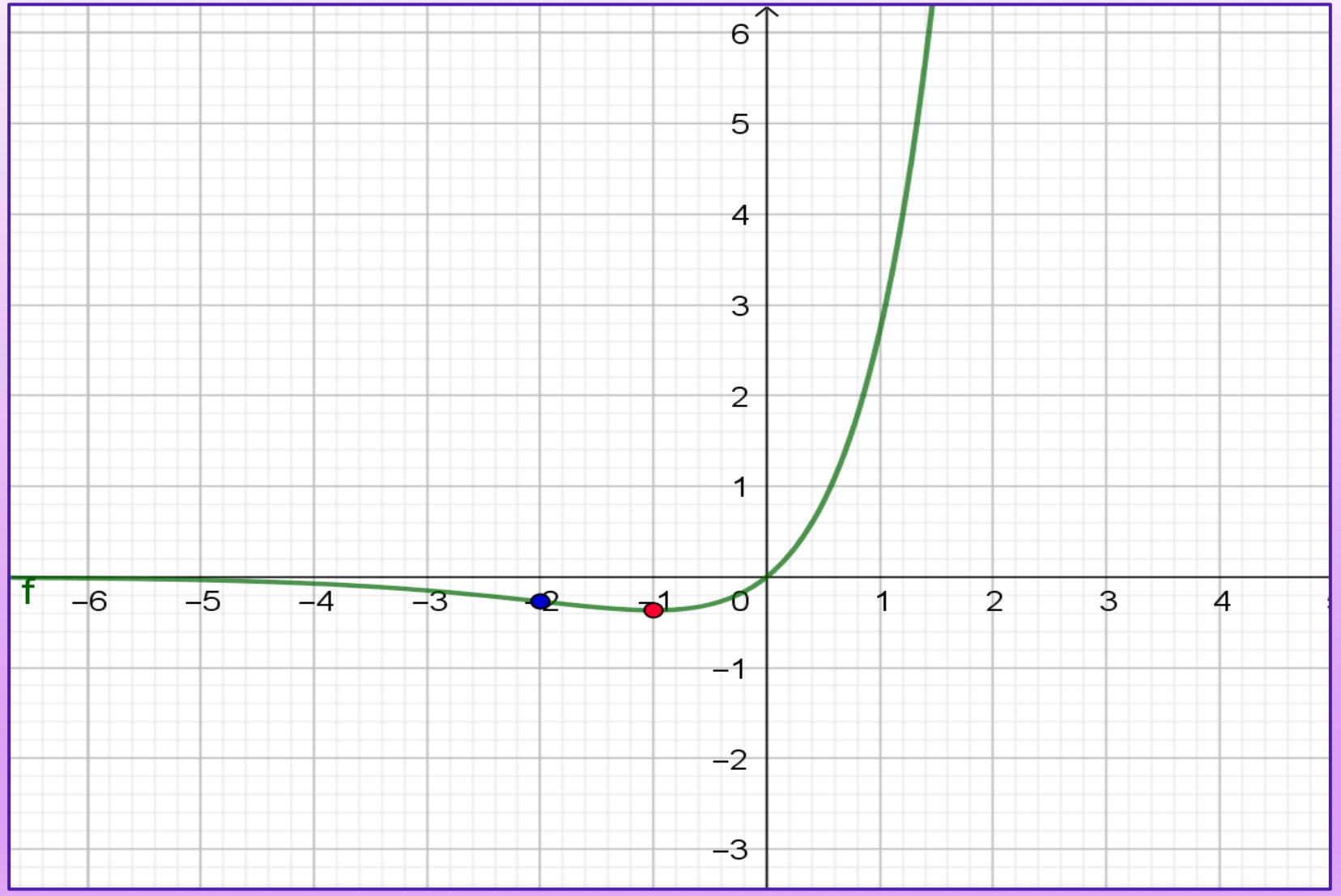
$$(-1, +\infty)$$



Decrece = $(-\infty, -1)$

Crece = $(-1, -\infty)$

Mínimo (-1,f(-1)= $-e^{-1}$)



Es absoluto el mínimo.