Álgebra y Geometría Analítica

Clase 01: Ubicación Espacial

UNIVERSIDAD
TECNOLÓGICA
NACIONAL

Unidad 1 – Clase 01

01 Presentación

02 Campus Virtual

03 El método del pivoteo

04 Definición de Vectores

05 Vectores Geométricos

06 Ejercicios

Docentes

1°5°:
Jorge Kamlofsky
Verónica Maldonado

1°8°
Jorge Kamlofsky
Manuel Moya
Mariano Andere

Campus Virtual AyGA

UTN

UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA NACIONAL

CONTENIDO

A DISTANCIA PERO CERCANOS - ANUNCIOS - FOROS
GUÍAS PARA TODOS LOS CURSOS
UNIDAD 1 - Vectores Geométricos - Material Adicional
UNIDAD 2 - Matrices y Determinantes - Material Adicional
UNIDADES 3, 4 Y 5 - Material de apoyo
MATERIAL BIBLIOGRÁFICO Y OTROS
VIDEOS DE APOYO EXTRA TEMAS INTEGRADOS
Ejemplos de exámenes finales
DEMOSTRACIONES INTERACTIVAS
Tema 9
No disponible

Herramientas del curso

Buscar en los foros

UNIDAD 1 - VECTORES GEOMÉTRICOS - MATERIAL ADICIONAL

PDF
PARA VER, LEER, EXPLORAR...
Primeras sugerencias para

PPT
VECTORES GEOMÉTRICOS
Un apoyo más para comprender el tema

URL
Ejemplos de ejercicios de vectores en el plano bidimensional
VIDEO PREPARADO EN LA CÁTEDRA CON EJEMPLOS

URL
División de un segmento. Enfoque vectorial

PPT
PROBLEMAS MÉTRICOS Y DISTANCIAS

ALGEBRA Y GEOMETRIA ANALITICA - DOCENTES

ÁLGEBRA Y GEOMETRÍA ANALÍTICA

Método del Pivoteo

Presentación

Es una forma mecánica de realizar los cálculos que se hacen cuando se implementa el método de Gauss-Jordan.

Usos: Resolución de sistemas de ecuaciones.

La resolución de sistemas de ecuaciones lineales es utilizada para calcular la CL, decidir si un conjunto de vectores es LI o LD, Subespacio generado, Subespacios fundamentales de una matriz, núcleo e imagen de una TL. También se lo usa para hallar la matriz inversa y para el cálculo del determinante (regla de Chío).

Método del Pivoteo

El algoritmo (pasos a seguir):

Se elige un "1" en la matriz y se lo designa como pivot (si no hay, se lo crea (*)).

- A la fila del pivot se la deja igual, y a la columna se la completa de ceros.
- Los restantes elementos se transforman según el siguiente cálculo:
  - Supongamos que el pivot está en la posición a_{ij} y el elemento que necesito transformar está en la posición a_{hk}, el transformado de a_{hk} será: $t(a_{hk}) = a_{hk} . a_{ij} - a_{ik} . a_{hj}$. Como el pivot es 1, entonces queda: $t(a_{hk}) = a_{hk} . 1 - a_{ik} . a_{hj}$.

$$\begin{pmatrix} 1 & \dots & a_{ik} \\ \dots & \dots & \dots \\ a_{hj} & \dots & a_{hk} \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & \dots & a_{ik} \\ 0 & \dots & \dots \\ 0 & \dots & t\left(a_{hk}\right) \end{pmatrix}$$

- Se elige el próximo pivot en una fila y columna diferentes a las anteriores.
- Observación: Si en la fila/columna del pivot hay un cero, dicha columna/fila queda igual.
- Observación 2: El proceso termina cuando no se puede pivotear más.

Método del Pivoteo

El algoritmo (pasos a seguir):

Nota (*): Para crear un “1” puede hacerse:

- Dividir a toda la fila por el valor que tiene la celda que quiero usar como pivot.
- Opción: A la fila donde queremos conseguir el pivot, sumarle o restarle múltiplos de otra/s filas paralelas, de modo tal que allí quede un “1”.

Método del Pivoteo

Ejemplo:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & -1 & -1 \\ -2 & -3 & 4 & 8 \\ -1 & -1 & 3 & 6 \end{array}\right)$$

Método del Pivoteo

Ejemplo:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & -1 & -1 \\ -2 & -3 & 4 & 8 \\ -1 & -1 & 3 & 6 \end{array}\right)$$

Elegimos el 1 de la posición a_{11} como pivot.

- A la fila 1 se la deja como está.
- A la columna 1 se la completa de ceros (excepto el lugar del pivot)
- Calculamos los transformados de: –3, 4, 8, –1, 3, 6.

Método del Pivoteo

Ejemplo:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & -1 & -1 \\ -2 & -3 & 4 & 8 \\ -1 & -1 & 3 & 6 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & -1 & -1 \\ 0 & -1 & 2 & 6 \\ 0 & 0 & 2 & 5 \end{array}\right)$$

Los transformados:
–3.1 – 1.(–2) = –1
4.1 – ((–1).(–2)) = 2
8.1 – ((–1).(–2)) = 6
(–1).1 – 1.(–1) = 0
3.1 – (–1).(–1) = 2
6.1 – (–1).(–1) = 5

Elegimos el 1 de la posición a_{11} (1er matriz) como pivot.

- En la 2da matriz, a la fila 1 se la deja como está.
- A la columna 1 se la completa con ceros (excepto en el lugar del pivot)
- Calculamos los transformados de: –3, 4, 8, –1, 3, 6.

Método del Pivoteo

Ejemplo:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & -1 & -1 \\ -2 & -3 & 4 & 8 \\ -1 & -1 & 3 & 6 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & -1 & -1 \\ 0 & -1 & 2 & 6 \\ 0 & 0 & 2 & 5 \end{array}\right)$$

Quiero pivotear en la posición a_{22} (2da matriz) pero no es un "1".

Para transformarlo, divido a toda la fila por (–1).

Método del Pivoteo

Ejemplo:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & -1 & -1 \\ -2 & -3 & 4 & 8 \\ -1 & -1 & 3 & 6 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & -1 & -1 \\ 0 & -1 & 2 & 6 \\ 0 & 0 & 2 & 5 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & -2 & -6 \\ 0 & 0 & 2 & 5 \end{array}\right)$$

Quiero pivotear en la posición a_{22} (2da matriz) pero no es un “1”.

Para transformarlo, divido a toda la fila por (–1).

Luego, puedo pivotear en esa posición (3er matriz):

- A la fila 2 se la deja como está.
- A la columna 2 se la completa de ceros (excepto el lugar del pivot)
- En la columna del pivot hay un “0” por lo cual los elementos de la fila 3 no se modifican.
- En la fila del pivot hay un cero por lo que la columna 1 queda igual (las columnas en las cuales se elige el pivot, no se modifican).
- Calculamos los transformados de: –1, –1, 2, 5.

Método del Pivoteo

Los transformados:
(–1).1 – 1.(–2) = 1
(–1).1 – 1.(–6) = 5

Ejemplo:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & -1 & -1 \\ -2 & -3 & 4 & 8 \\ -1 & -1 & 3 & 6 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & -1 & -1 \\ 0 & -1 & 2 & 6 \\ 0 & 0 & 2 & 5 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & -2 & -6 \\ 0 & 0 & 2 & 5 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 1 & 5 \\ 0 & 1 & -2 & -6 \\ 0 & 0 & 2 & 5 \end{array}\right)$$

Quiero pivotear en la posición a_{22} (2da matriz) pero no es un “1”.

Para transformarlo, divido a toda la fila por (–1).
Luego, puedo pivotear en esa posición (3er matriz):

- A la fila 2 se la deja como está.
- A la columna 2 se la completa de ceros (excepto el lugar del pivot)
- En la columna del pivot hay un “0” por lo cual los elementos de la fila 3 no se modifican.
- En la fila del pivot hay un cero por lo que la columna 1 queda igual (las columnas en las cuales se elige el pivot, no se modifican).
- Calculamos los transformados de: –1, –1, 2, 5.

Método del Pivoteo

Ejemplo:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & -1 & -1 \\ -2 & -3 & 4 & 8 \\ -1 & -1 & 3 & 6 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & -1 & -1 \\ 0 & -1 & 2 & 6 \\ 0 & 0 & 2 & 5 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & -2 & -6 \\ 0 & 0 & 2 & 5 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 1 & 5 \\ 0 & 1 & -2 & -6 \\ 0 & 0 & 2 & 5 \end{array}\right)$$

Quiero pivotear en la posición a_{33} (de la 4ta matriz) pero no hay “1”.
Para transformarlo, divido a toda la fila por 2 (ver 5ta matriz).

Método del Pivoteo

Ejemplo:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & -1 & -1 \\ -2 & -3 & 4 & 8 \\ -1 & -1 & 3 & 6 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & -1 & -1 \\ 0 & -1 & 2 & 6 \\ 0 & 0 & 2 & 5 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & -2 & -6 \\ 0 & 0 & 2 & 5 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 1 & 5 \\ 0 & 1 & -2 & -6 \\ 0 & 0 & 2 & 5 \end{array}\right)$$

Quiero pivotear en la posición a_{33} (de la 4ta matriz) pero no hay "1".

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 1 & 5 \\ 0 & 1 & -2 & -6 \\ 0 & 0 & 1 & \frac{5}{2} \end{array}\right)$$

Para transformarlo, divido a toda la fila por 2 (ver 5ta matriz).
Luego, puedo pivotear en esa posición:

- A la fila 3 se la deja como está.
- A la columna 3 se la completa de ceros (excepto el lugar del pivot)
- En la fila del pivot hay dos cero por lo que las columnas 1 y 2 quedan igual.
- Calculamos los transformados de: 5, –6.

Método del Pivoteo

Ejemplo:

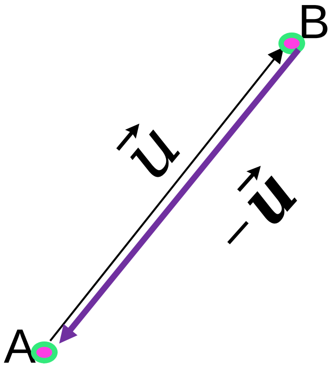
$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & -1 & -1 \\ -2 & -3 & 4 & 8 \\ -1 & -1 & 3 & 6 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & -1 & -1 \\ 0 & -1 & 2 & 6 \\ 0 & 0 & 2 & 5 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & -2 & -6 \\ 0 & 0 & 2 & 5 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 1 & 5 \\ 0 & 1 & -2 & -6 \\ 0 & 0 & 2 & 5 \end{array}\right)$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 1 & 5 \\ 0 & 1 & -2 & -6 \\ 0 & 0 & 1 & \frac{5}{2} \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & \frac{5}{2} \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & \frac{5}{2} \end{array}\right)$$

Los transformados:
(–6).1 – (–2)(5/2) = –1
5.1 – 1.(5/2) = 5/2

Como no se puede pivotear más, ha finalizado el procedimiento.
<u>Interpretación</u>: Si cada columna corresponde con las variables x, y y z, esto significa que x = 5/2, y = –1 y z = 5/2

Definición de Vectores



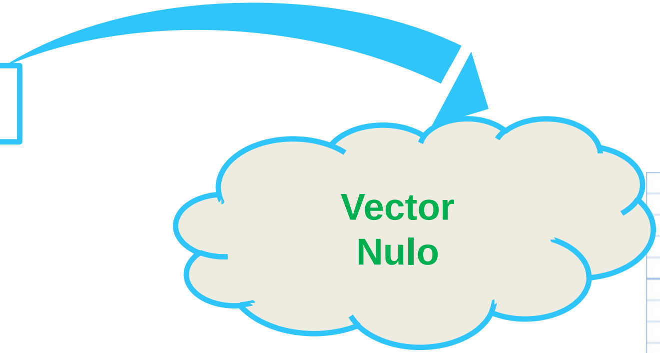
Dado dos puntos **A** y **B** se puede determinar un vector que representa el desplazamiento desde el punto **A** hasta el punto **B**.

$$\overrightarrow{AB} = \vec{u}$$
$$\overrightarrow{BA} = -\vec{u}$$

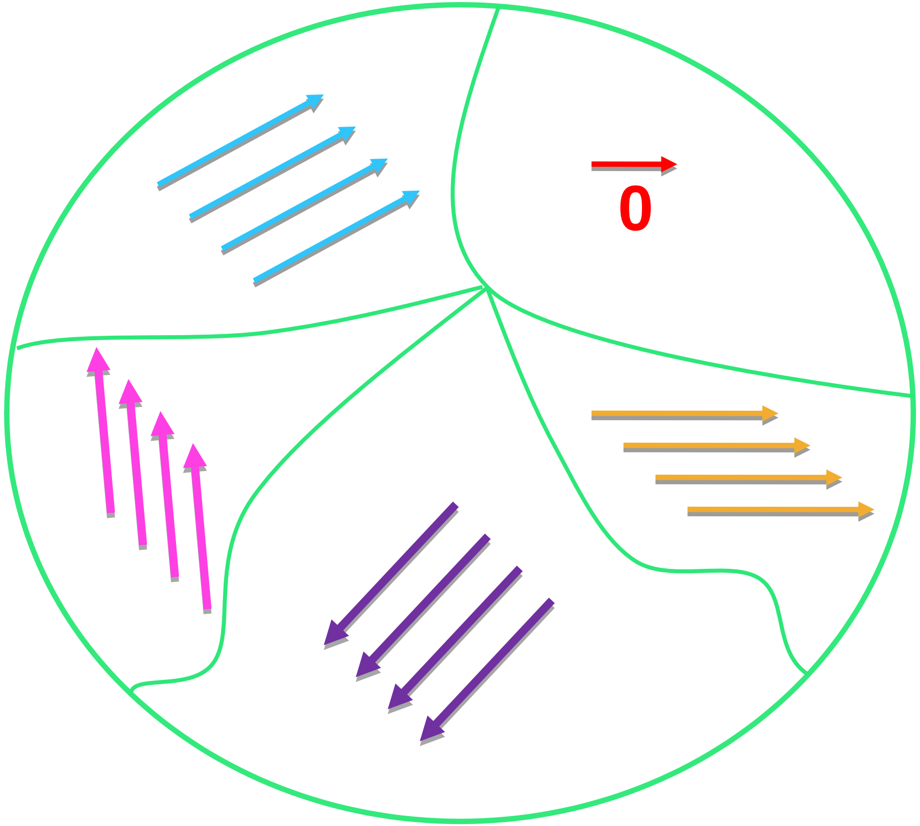
Vector: Segmento Orientado

Si los puntos **A** y **B** son coincidentes obtengo un ***Falso Vector*** denominado <u>Vector Nulo</u> (no tiene definida ni la dirección ni el sentido)

$$\overrightarrow{AB} = \vec{\mathbf{0}}$$

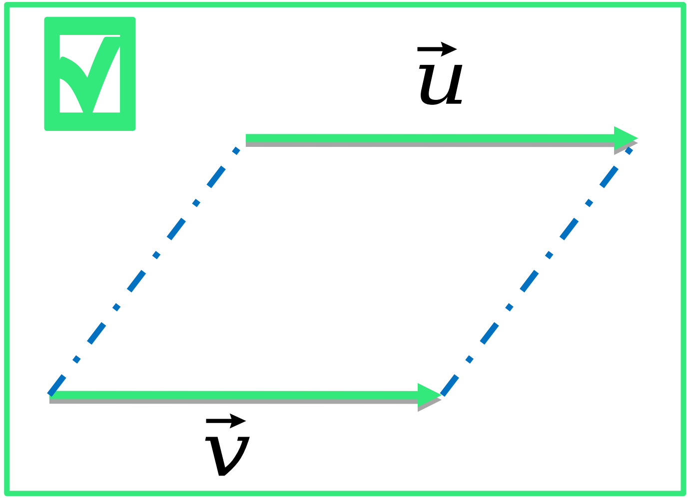


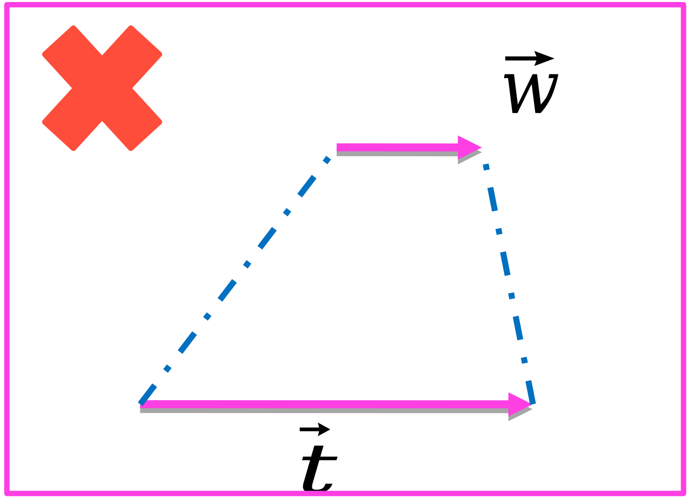
Vectores Equipolentes



Vectores Equipolentes

Dos vectores resultan equipolentes entre sí si son lados opuestos igualmente orientados de un paralelogramo.



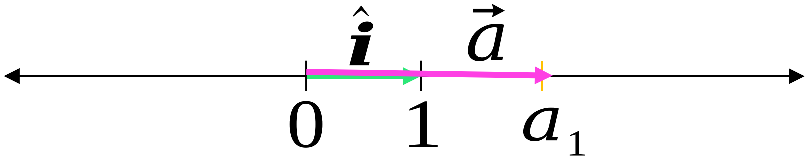


Vector Libre: Es el conjunto de todos los vectores equipolentes entre sí.

Vectores Geométricos

Son aquellos vectores que se pueden representar a través de sistema de ejes cartesianos

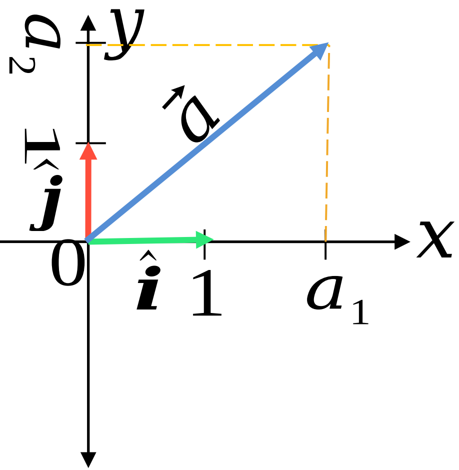
R



$\hat{i}$ Versor Unitario

$$\vec{a} = a_1 \hat{i}$$

R^2



$$\hat{i} = (\mathbf{1}, \mathbf{0})$$

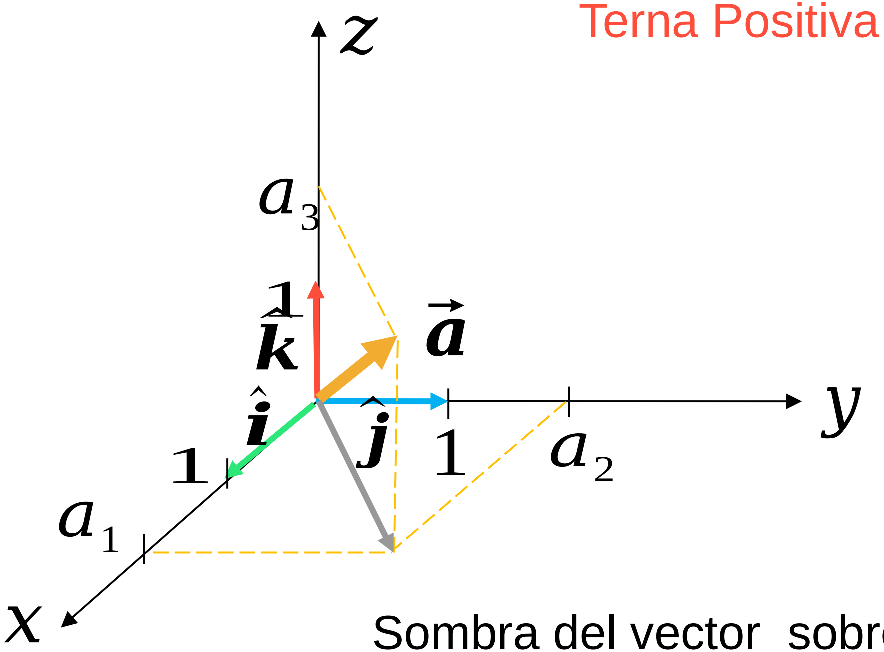
$$\hat{j} = (\mathbf{0}, \mathbf{1})$$

$$\boxed{\vec{a} = (a_1 ; a_2)}$$

Vectores Geométricos

R^3

Terna Positiva



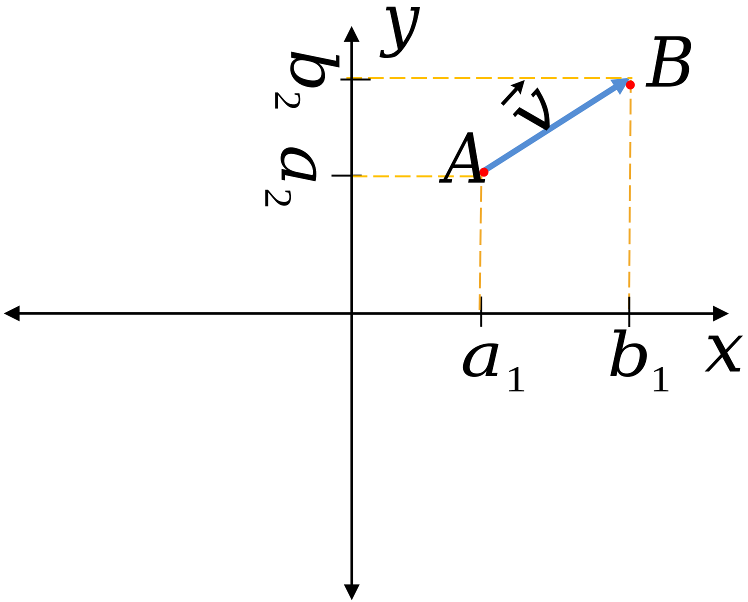
$$\hat{i}=(1,0,0)$$
$$\hat{j}=(0,1,0)$$
$$\hat{k}=(0,0,1)$$

$$\vec{a}=(a_1;a_2,a_3)$$

Sombra del vector sobre el plano coordenado

Componentes de un Vector

R^2



Los puntos tienen coordenadas

$$A(a_1\,;a_2)$$

$$B(b_1\,;b_2)$$

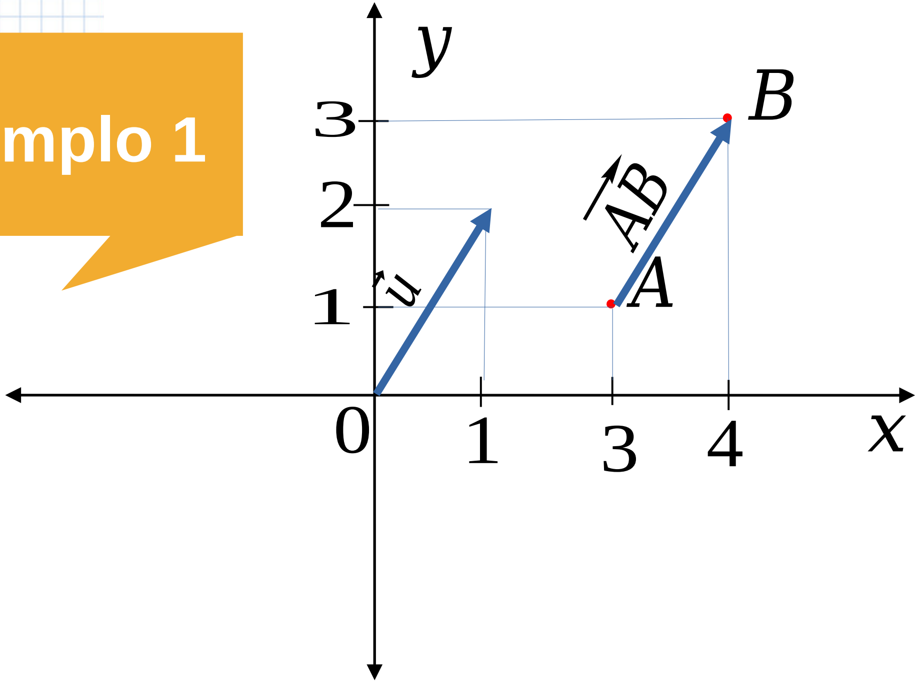
Los vectores tienen componentes

Las componentes del vector se obtienen haciendo:

$$\bar{v} = \overrightarrow{AB} = (b_1 - a_1\,;\,b_2 - a_2)$$

Componentes de un Vector

Ejemplo 1

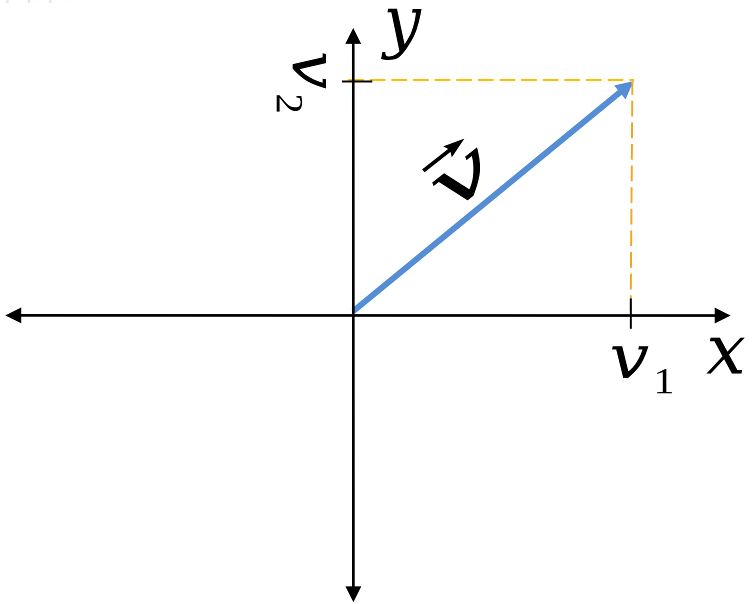


DATOS
A(3,1)
B(4,3)

Por medio de sus componentes:

$$\overrightarrow{AB} = (1;2) = \bar{u}$$

Módulo de un Vector



En $\mathbb{R}^2$:

$$\vec{v} = (v_1; v_2)$$

$$|\vec{v}| = \sqrt{(v_1)^2 + (v_2)^2} \in R_{\geq 0}$$

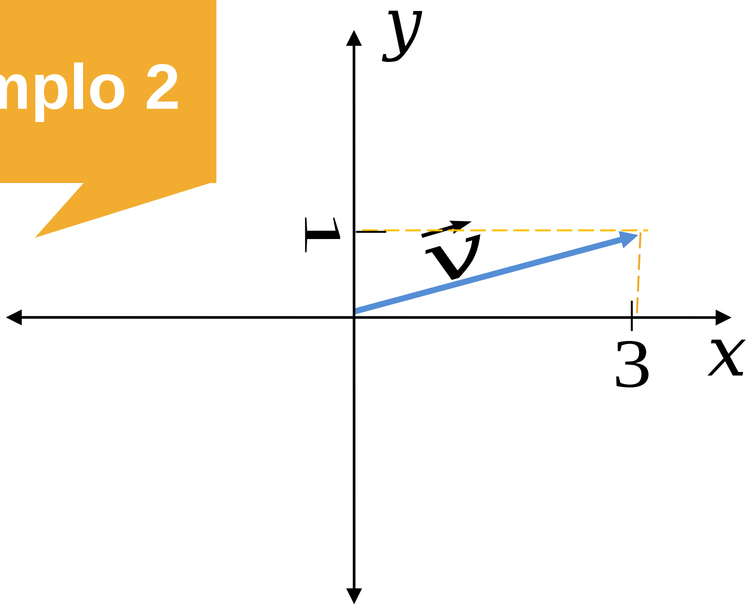
Análogamente en $\mathbb{R}^3$:

$$\vec{v} = (v_1; v_2; v_3)$$

$$|\vec{v}| = \sqrt{(v_1)^2 + (v_2)^2 + (v_3)^2} \in R_{\geq 0}$$

Módulo de un Vector

Ejemplo 2



DATOS

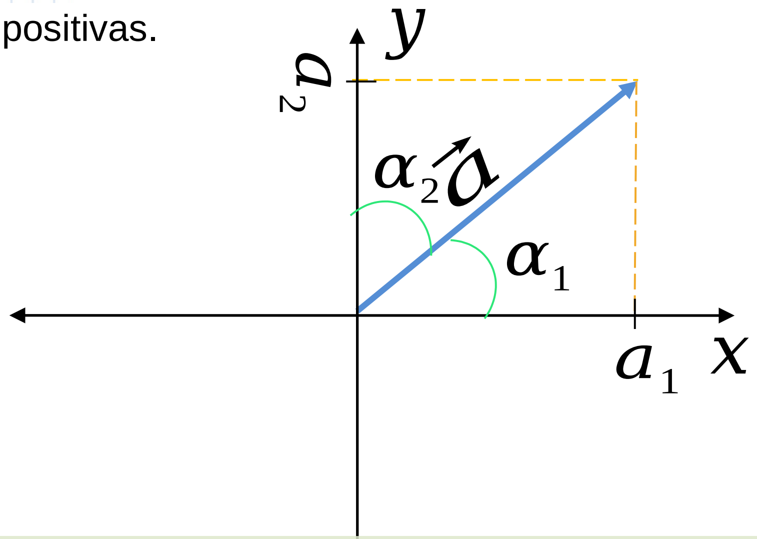
$\bar{v} = (3;1)$

$$|\vec{v}| = \sqrt{(3)^2 + (1)^2}$$

$$|\vec{v}| = \sqrt{10}$$

Cosenos directores

Ángulo director: Es el menor de los ángulos que forma un vector con los semiejes de coordenadas positivas.



En R^2

$$\cos(\alpha_1) = \frac{a_1}{|\vec{a}|}$$

$$\cos(\alpha_2) = \frac{a_2}{|\vec{a}|}$$

En forma análoga para R^3

$$\cos(\alpha_1) = \frac{a_1}{|\vec{a}|}$$

$$\cos(\alpha_2) = \frac{a_2}{|\vec{a}|}$$

$$\cos(\alpha_3) = \frac{a_3}{|\vec{a}|}$$

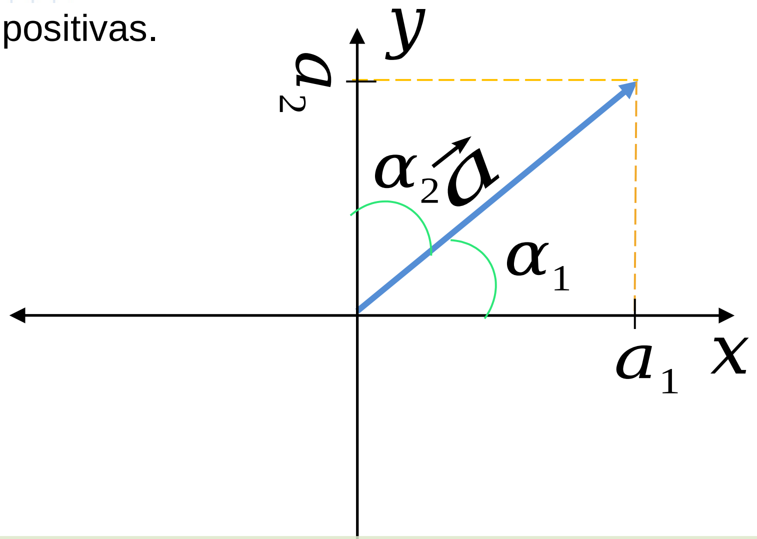
Relación Pitagórica:

En R^2: $\cos^2\alpha_1 + \cos^2\alpha_2 = 1$

En R^3: $\cos^2\alpha_1 + \cos^2\alpha_2 + \cos^2\alpha_3 = 1$

Cosenos directores

Ángulo director: Es el menor de los ángulos que forma un vector con los semiejes de coordenadas positivas.



En R^2

$$\cos(\alpha_1) = \frac{a_1}{|\vec{a}|}$$

$$\cos(\alpha_2) = \frac{a_2}{|\vec{a}|}$$

En forma análoga para R^3

$$\cos(\alpha_1) = \frac{a_1}{|\vec{a}|}$$

$$\cos(\alpha_2) = \frac{a_2}{|\vec{a}|}$$

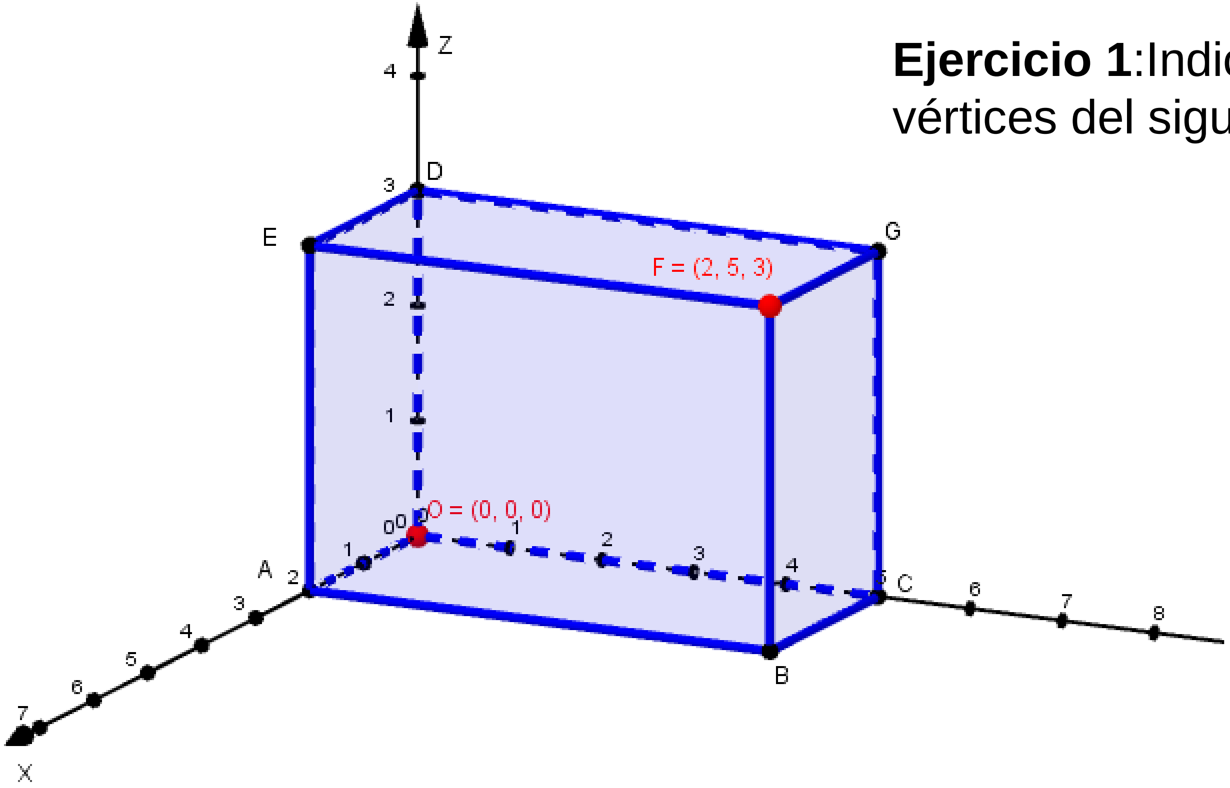
$$\cos(\alpha_3) = \frac{a_3}{|\vec{a}|}$$

Relación Pitagórica - Genéricamente:

$$\cos^2\alpha_1 + \cos^2\alpha_2 + \ldots + \cos^2\alpha_n = 1$$

$$\sum_{i=1}^{n} \cos^2\alpha_i = 1$$

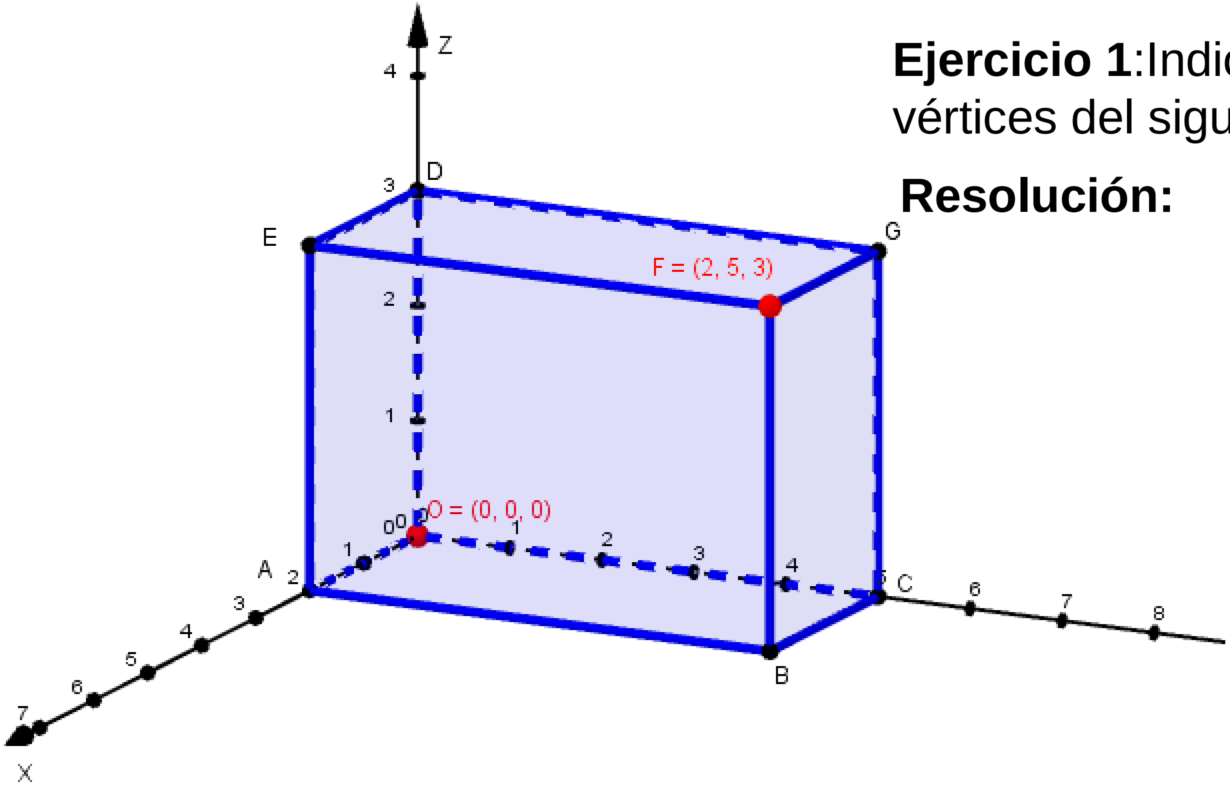
Ejercicios de la Práctica



Ejercicio 1:Indicar las coordenadas de los vértices del siguiente paralelepípedo.

Puntos	Coordenadas
0	**(0,0,0)**
A	
B	
C	
D	
E	
F	**(2,5,3)**
G	

Ejercicios de la Práctica



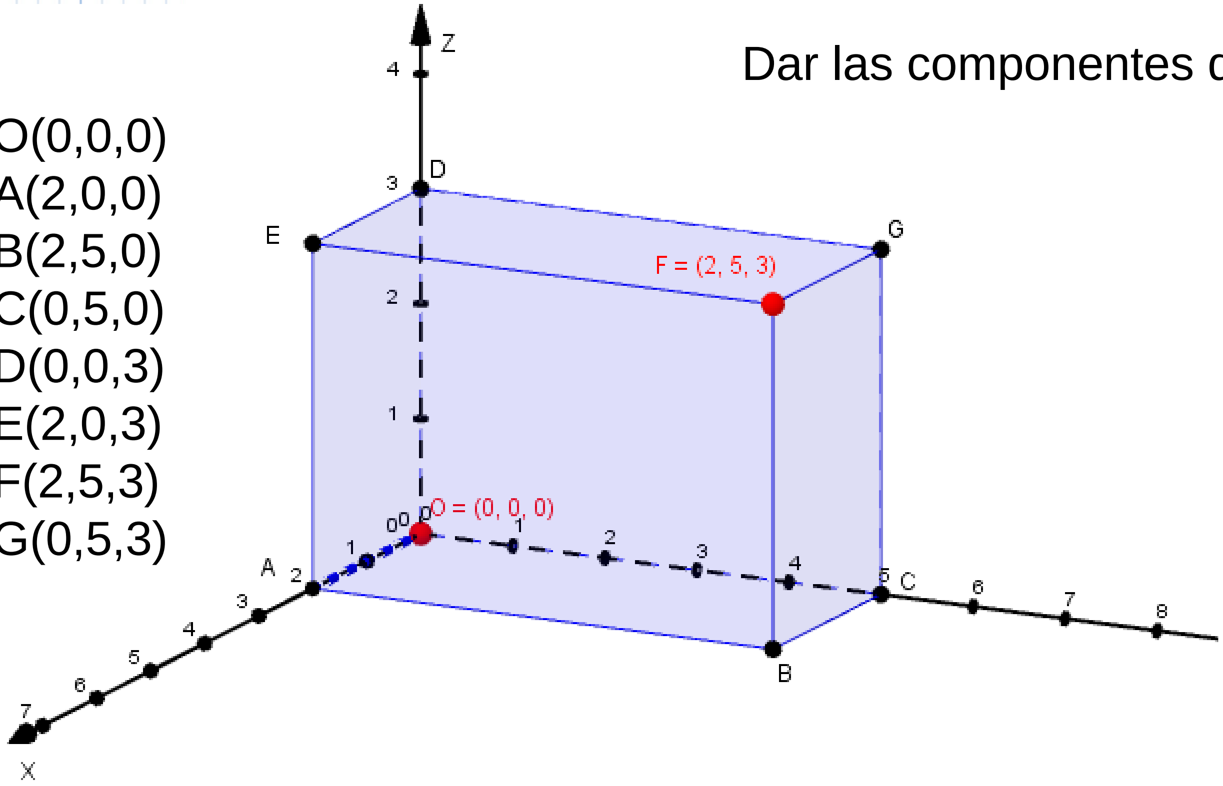
Ejercicio 1:Indicar las coordenadas de los vértices del siguiente paralelepípedo.

Resolución:

Puntos	Coordenadas
0	**(0,0,0)**
A	(2,0,0)
B	(2,5,0)
C	(0,5,0)
D	(0,0,3)
E	(2,0,3)
F	**(2,5,3)**
G	(0,5,3)

Ejercicios de la Práctica

O(0,0,0)
A(2,0,0)
B(2,5,0)
C(0,5,0)
D(0,0,3)
E(2,0,3)
F(2,5,3)
G(0,5,3)



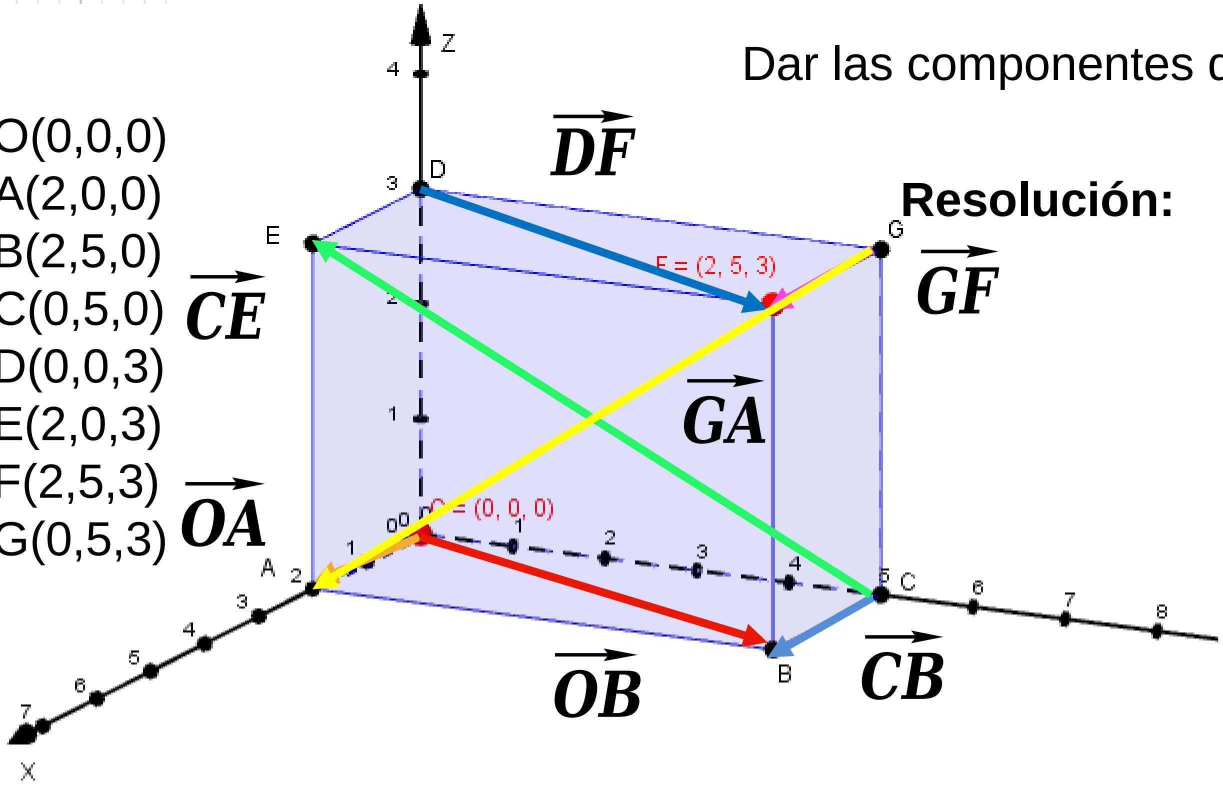
Dar las componentes de los vectores:

Vectores	Componentes
OA	
CB	
GF	
DF	
OB	
CE	
GA	

Ejercicios de la Práctica

Dar las componentes de los vectores:

O(0,0,0)
A(2,0,0)
B(2,5,0)
C(0,5,0)
D(0,0,3)
E(2,0,3)
F(2,5,3)
G(0,5,3)



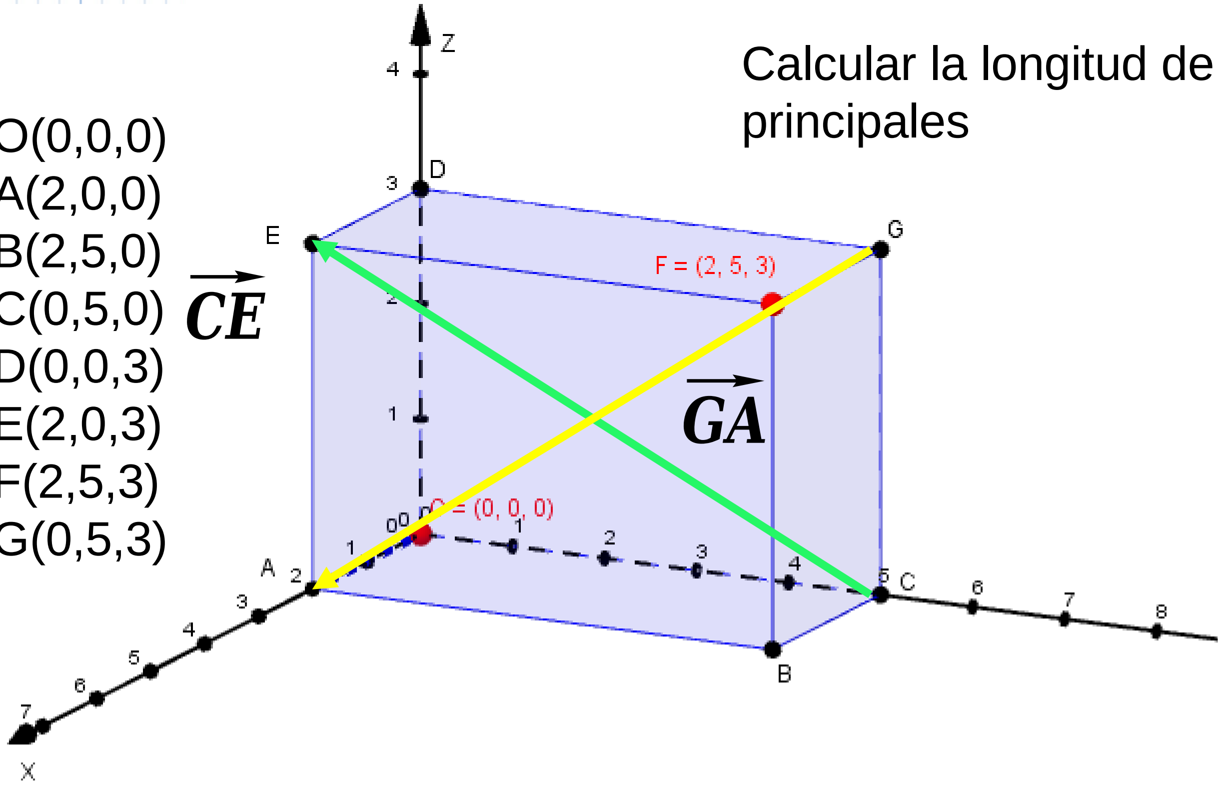
Resolución:

Vectores	Componentes
OA	(2,0,0)
CB	(2,0,0)
GF	(2,0,0)
DF	(2,5,0)
OB	(2,5,0)
CE	(2,-5,3)
GA	(2,-5,-3)

Ejercicios de la Práctica

Calcular la longitud de las diagonales principales

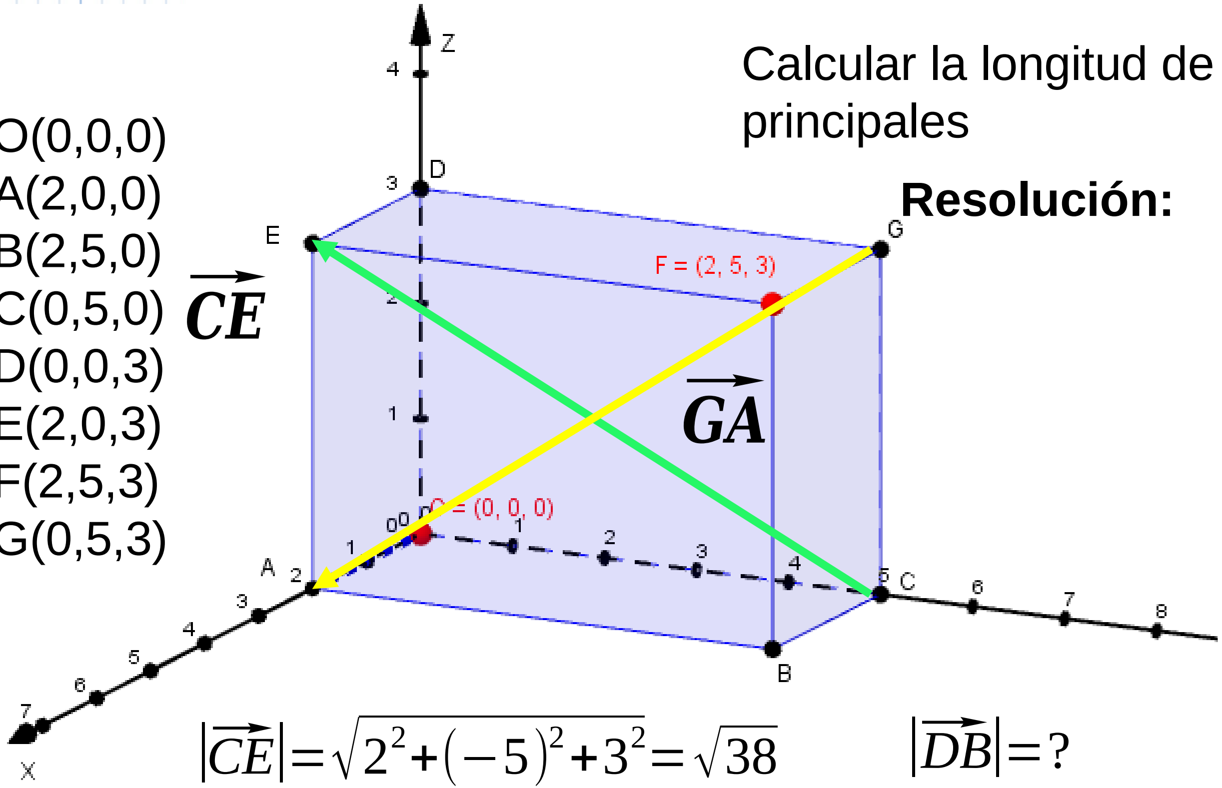
O(0,0,0)
A(2,0,0)
B(2,5,0)
C(0,5,0)
D(0,0,3)
E(2,0,3)
F(2,5,3)
G(0,5,3)



Vectores	Componentes
OA	(2,0,0)
CB	(2,0,0)
GF	(2,0,0)
DF	(2,5,0)
OB	(2,5,0)
CE	(2,-5,3)
GA	(2,-5,-3)

Ejercicios de la Práctica

O(0,0,0)
A(2,0,0)
B(2,5,0)
C(0,5,0)
D(0,0,3)
E(2,0,3)
F(2,5,3)
G(0,5,3)



Calcular la longitud de las diagonales principales

Resolución:

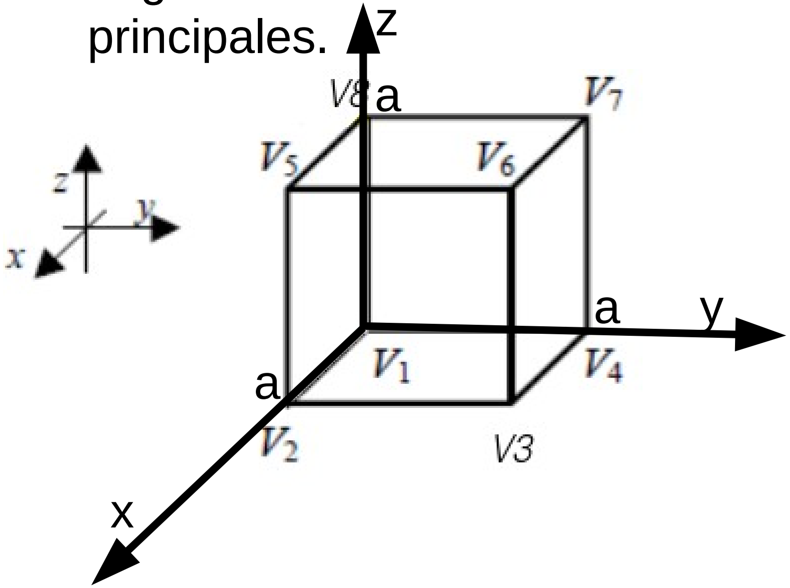
Vectores	Componentes
OA	(2,0,0)
CB	(2,0,0)
GF	(2,0,0)
DF	(2,5,0)
OB	(2,5,0)
CE	(2,-5,3)
GA	(2,-5,-3)

$$\left|\overrightarrow{CE}\right| = \sqrt{2^2 + (-5)^2 + 3^2} = \sqrt{38} \qquad \left|\overrightarrow{DB}\right| = ?$$

$$\left|\overrightarrow{GA}\right| = \sqrt{2^2 + (-5)^2 + (-3)^2} = \sqrt{38} \qquad \left|\overrightarrow{OF}\right| = ?$$

Ejercicios de la Práctica

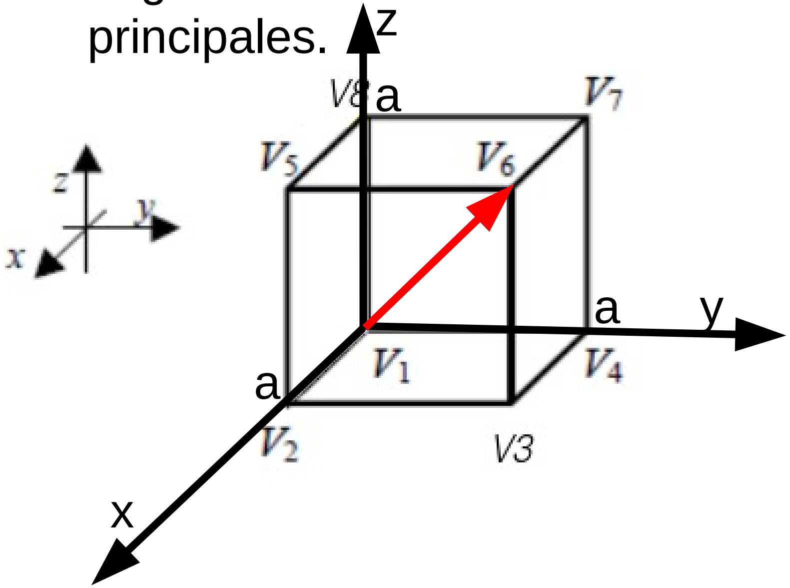
Ejercicio 1 CASO II: Cubo de ancho “a” con vértice v1 en coincidiendo con el origen de coordenadas. Dar las componentes vectoriales de las diagonales principales.



$V_1(0,0,0)$
$V_2(a,0,0)$
$V_3(a,a,0)$
$V_4(0,a,0)$
$V_5(a,0,a)$
$V_6(a,a,a)$
$V_7(0,a,a)$
$V_8(0,0,a)$

Ejercicios de la Práctica

Ejercicio 1 CASO II: Cubo de ancho “a” con vértice v1 en coincidiendo con el origen de coordenadas. Dar las componentes vectoriales de las diagonales principales.



$V_1(0,0,0)$

$V_2(a,0,0)$

$V_3(a,a,0)$

$V_4(0,a,0)$

$V_5(a,0,a)$

$V_6(a,a,a)$

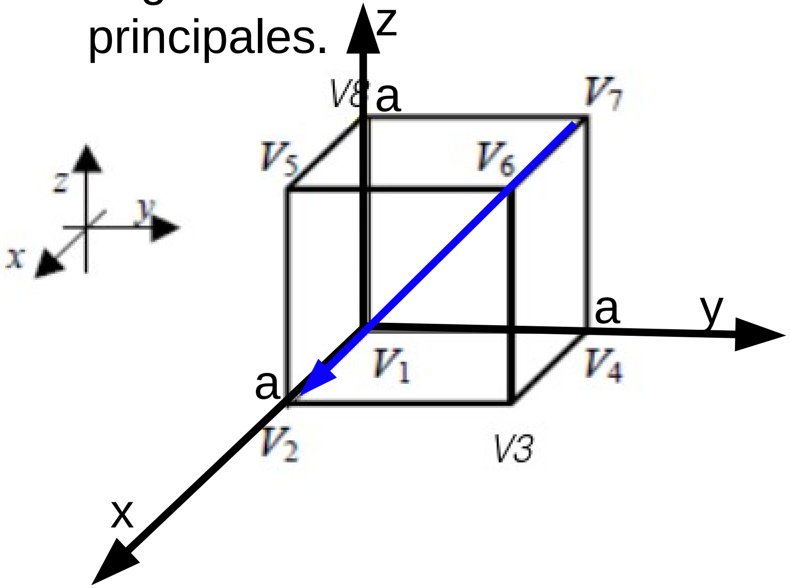
$V_7(0,a,a)$

$V_8(0,0,a)$

$$\overrightarrow{v_1 v_6} = (a, a, a)$$

Ejercicios de la Práctica

Ejercicio 1 CASO II: Cubo de ancho “a” con vértice v1 en coincidiendo con el origen de coordenadas. Dar las componentes vectoriales de las diagonales principales.

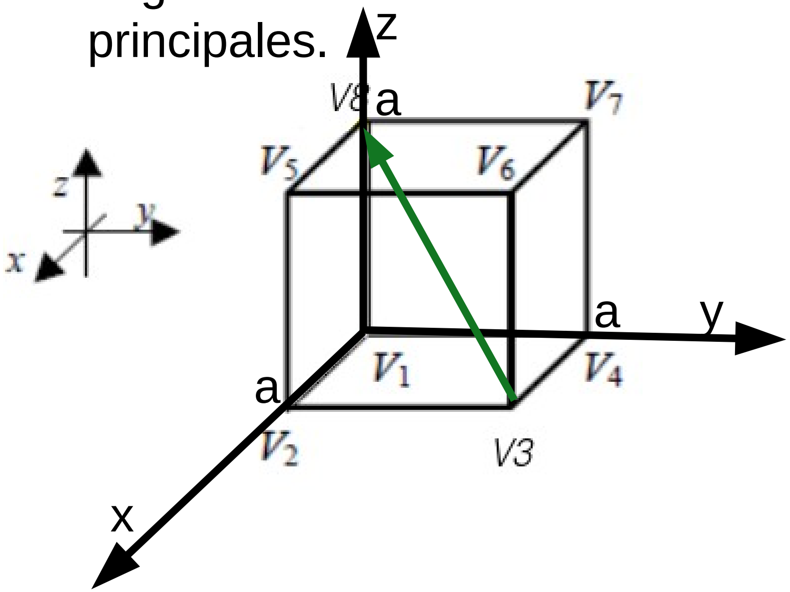


$V_1(0,0,0)$
$\boxed{V_2(a,0,0)}$
$V_3(a,a,0)$
$V_4(0,a,0)$
$V_5(a,0,a)$
$V_6(a,a,a)$
$\boxed{V_7(0,a,a)}$
$V_8(0,0,a)$

$$\overrightarrow{v_1 v_6} = (a, a, a)$$
$$\overrightarrow{v_7 v_2} = (a, -a, -a)$$

Ejercicios de la Práctica

Ejercicio 1 CASO II: Cubo de ancho “a” con vértice v1 en coincidiendo con el origen de coordenadas. Dar las componentes vectoriales de las diagonales principales.

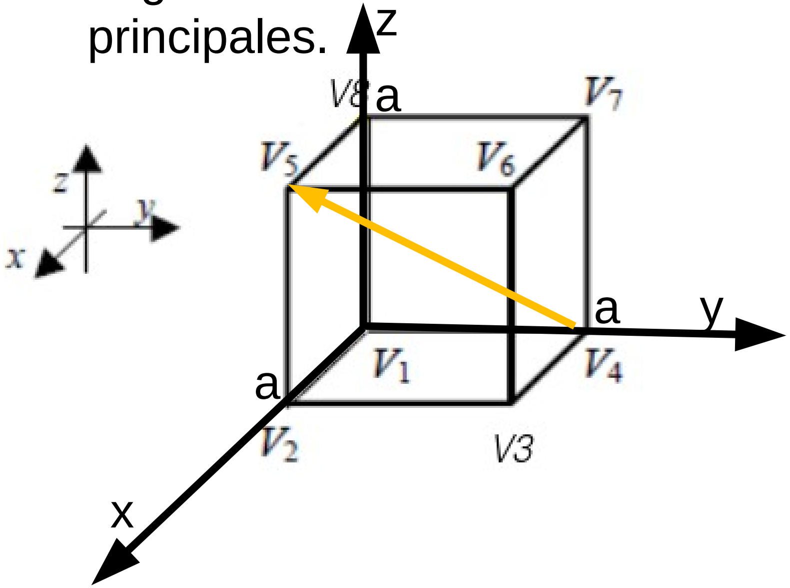


$V_1(0,0,0)$
$V_2(a,0,0)$
$V_3(a,a,0)$
$V_4(0,a,0)$
$V_5(a,0,a)$
$V_6(a,a,a)$
$V_7(0,a,a)$
$V_8(0,0,a)$

$$\overrightarrow{v_1 v_6} = (a, a, a)$$
$$\overrightarrow{v_7 v_2} = (a, -a, -a)$$
$$\overrightarrow{v_3 v_8} = (-a, -a, a)$$

Ejercicios de la Práctica

Ejercicio 1 CASO II: Cubo de ancho “a” con vértice v1 en coincidiendo con el origen de coordenadas. Dar las componentes vectoriales de las diagonales principales.



$V_1(0,0,0)$

$V_2(a,0,0)$

$V_3(a,a,0)$

$V_4(0,a,0)$

$V_5(a,0,a)$

$V_6(a,a,a)$

$V_7(0,a,a)$

$V_8(0,0,a)$

$$\overrightarrow{v_1 v_6}=(a,a,a)$$

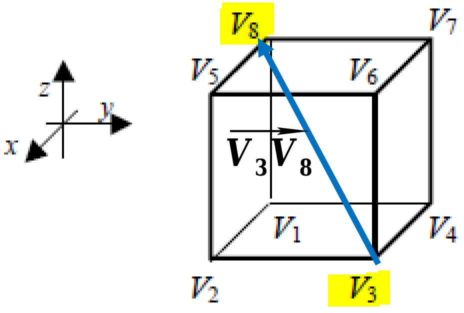
$$\overrightarrow{v_7 v_2}=(a,-a,-a)$$

$$\overrightarrow{v_3 v_8}=(-a,-a,a)$$

$$\overrightarrow{v_4 v_5}=(a,-a,a)$$

Ejercicios de la Práctica

Ejercicio 1 CASO III: Un desafío para los alumnos!



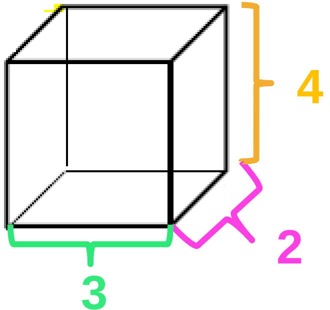
Datos:

$V_3 = (1 ; 1 ; –1)$ y $V_8 = (–1 ; –2 ; 3)$

Con V_3 y V_8 puedo armar la diagonal principal!

$$\overrightarrow{V_3V_8} = (-2, -3, 4)$$

¿ Qué información importante me está dando las componentes de este vector?

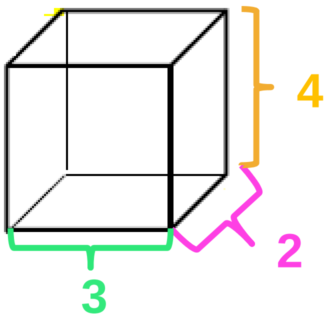


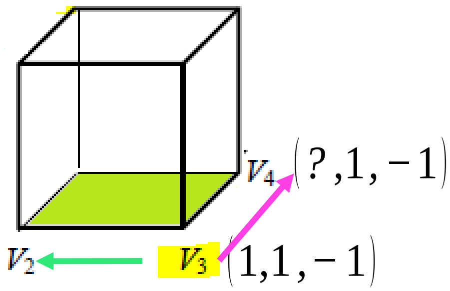
Puedo leer las dimensiones del paralelepípedo!

Ancho **Largo** **Altura**

Ejercicios de la Práctica

Ejercicio 1 CASO III:Un desafío para los alumnos!





El punto V_4 se encuentra en la base de la figura (comparte z) y alineado a V_3
Por lo cual comparte misma coordenada en y .

Para encontrar la coordenada en voy a utilizar el ancho del paralelepípedo que es **2** e ir en contra de la dirección del eje .

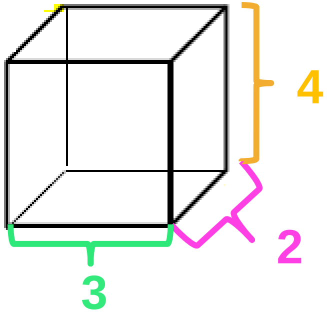
$$V_3(1,1,-1)$$
$$V_4(1-\mathbf{2},1,-1)$$

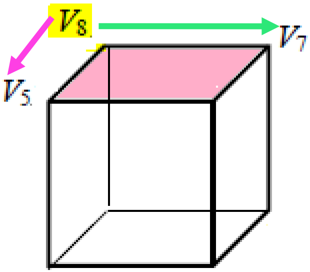
$$V_3(1,1,-1)$$
$$V_2(1,1-\mathbf{3},-1)$$

Puntos	Coordenadas
V3	(1,1,-1)
V4	$(-\mathbf{1},1,-1)$
V2	$(1,-\mathbf{2},-1)$

Ejercicios de la Práctica

Ejercicio 1 CASO III: Un desafío para los alumnos!





El punto se encuentra en el techo de la figura y alineado a
Por lo cual comparte misma coordenada en y .

Para encontrar la coordenada en voy a utilizar el ancho del paralelepípedo que es **2** e ir en la dirección del eje .

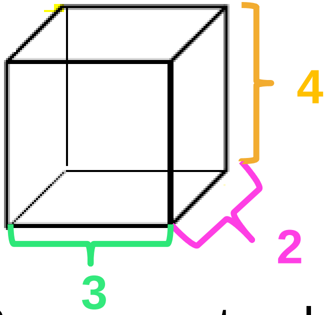
$$V_8(-1,-2,3)$$
$$V_5(-1+\mathbf{2},-2,3)$$

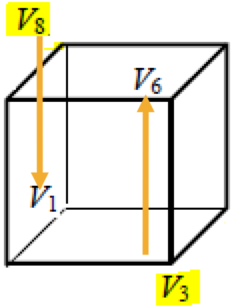
$$V_8(-1,-2,3)$$
$$V_7(-1,-2+\mathbf{3},3)$$

Puntos	Coordenadas
V8	(-1,-2, 3)
V5	$(\mathbf{1},-2,3)$
V7	$(-1,1,3)$

Ejercicios de la Práctica

Ejercicio 1 CASO III: Un desafío para los alumnos!





El punto se encuentra alineado a pero a distinta altura.
Comparte misma coordenada en e .

Para encontrar la coordenada en voy a utilizar la altura del paralelepípedo que es **4** e ir en la dirección del eje .

$$V_3(1,1,-1) \qquad V_8(-1,-2,3)$$

$$V_6(1,1,-1+4) \qquad V_1(-1,-2,3-4$$

Puntos	Coordenadas
V3	(1,1,-1)
V8	(-1,-2,3)
V6	$(1,1,3)$
V1	$(-1,-2,-1)$

Ejercicios de la Práctica

Ejercicio 1.2: ¿Cuál es la característica de las coordenadas de los puntos tales que pertenecen a cada uno de los ejes coordenados?

Ejercicios de la Práctica

Ejercicio 1.2: ¿Cuál es la característica de las coordenadas de los puntos tales que pertenecen a cada uno de los ejes coordenados?

$$A \in eje\ \ x \Rightarrow A(a,0,0)$$
$$B \in eje\ \ y \Rightarrow B(0,b,0)$$
$$C \in eje\ \ z \Rightarrow C(0,0,c)$$

Ejercicios de la Práctica

Ejercicio 1.3: ¿Cuál es la característica de las coordenadas de los puntos tales que pertenecen a cada uno de los planos coordenados?

Ejercicios de la Práctica

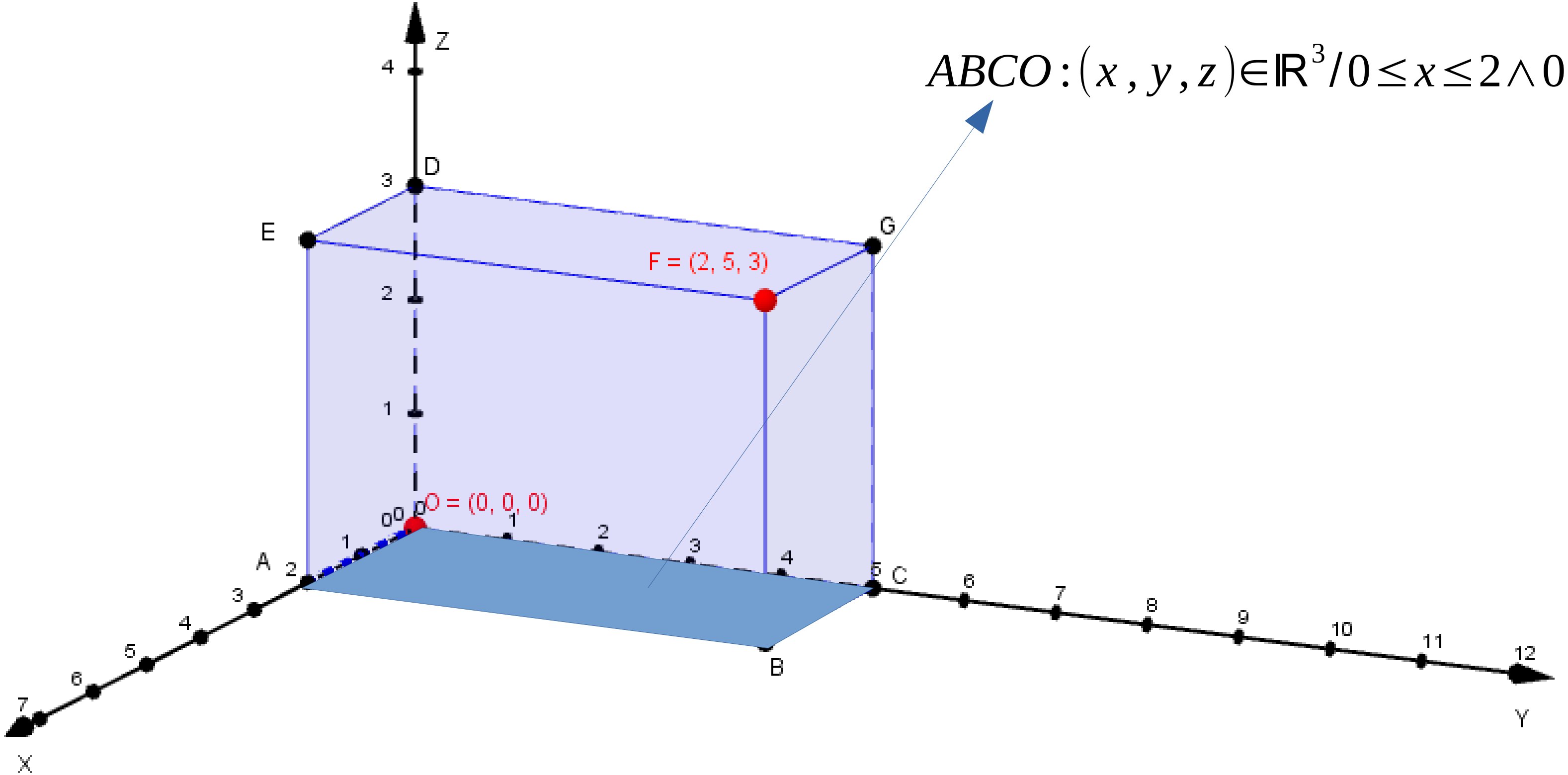
Ejercicio 1.3: ¿Cuál es la característica de las coordenadas de los puntos tales que pertenecen a cada uno de los planos coordenados?

$$A \in Pl(x, y) \Rightarrow A(a_1, a_2, 0)$$
$$B \in Pl(x, z) \Rightarrow B(b_1, 0, b_3)$$
$$C \in Pl(y, z) \Rightarrow C(0, c_2, c_3)$$

Ejercicios de la Práctica

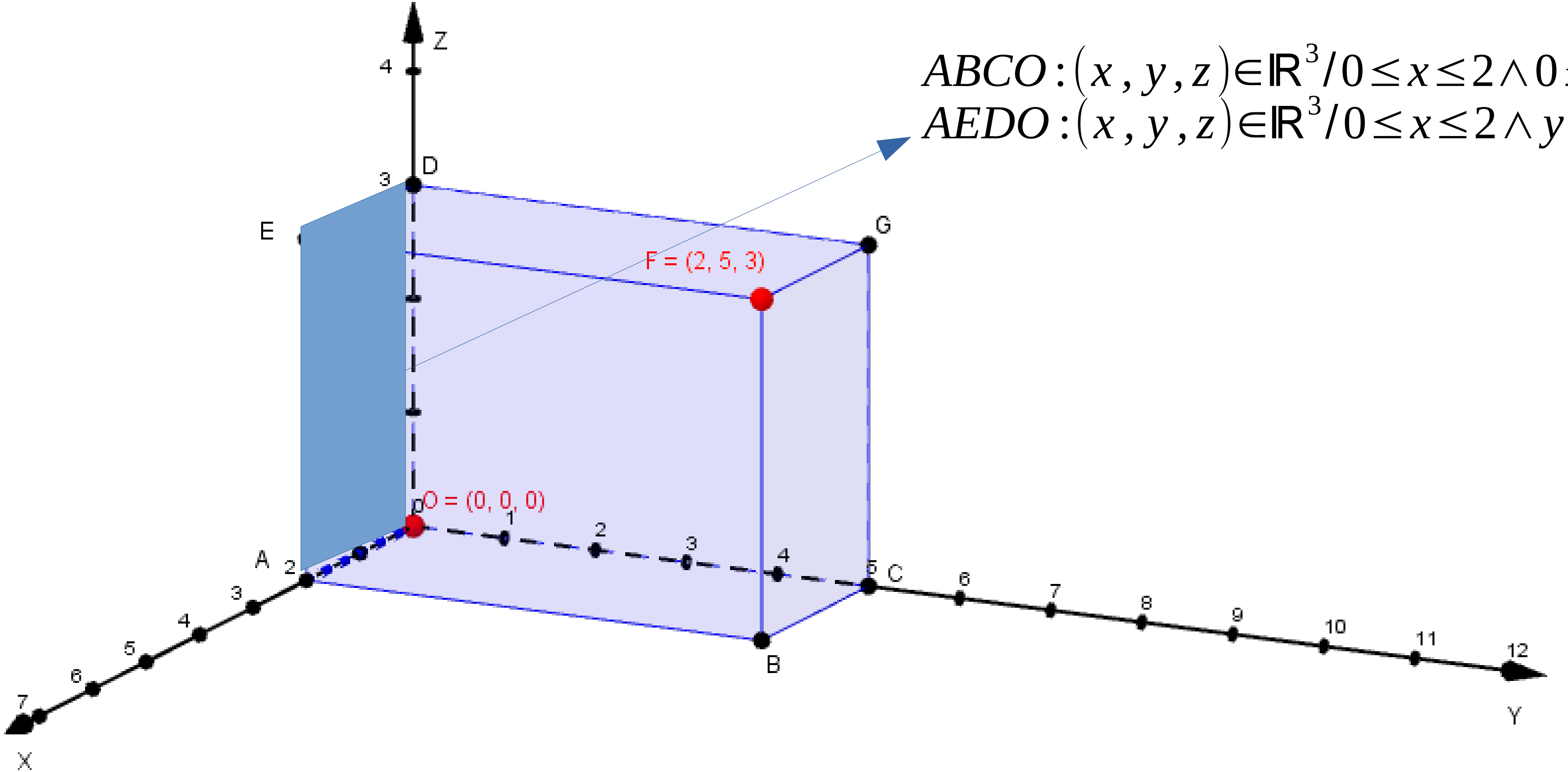
Ejercicio 1.4: Describir en forma analítica el conjunto de puntos que forman cada una de las seis caras de CI

$$ABCO : (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / 0 \leq x \leq 2 \wedge 0 \leq y \leq 5 \wedge z = 0$$



Ejercicios de la Práctica

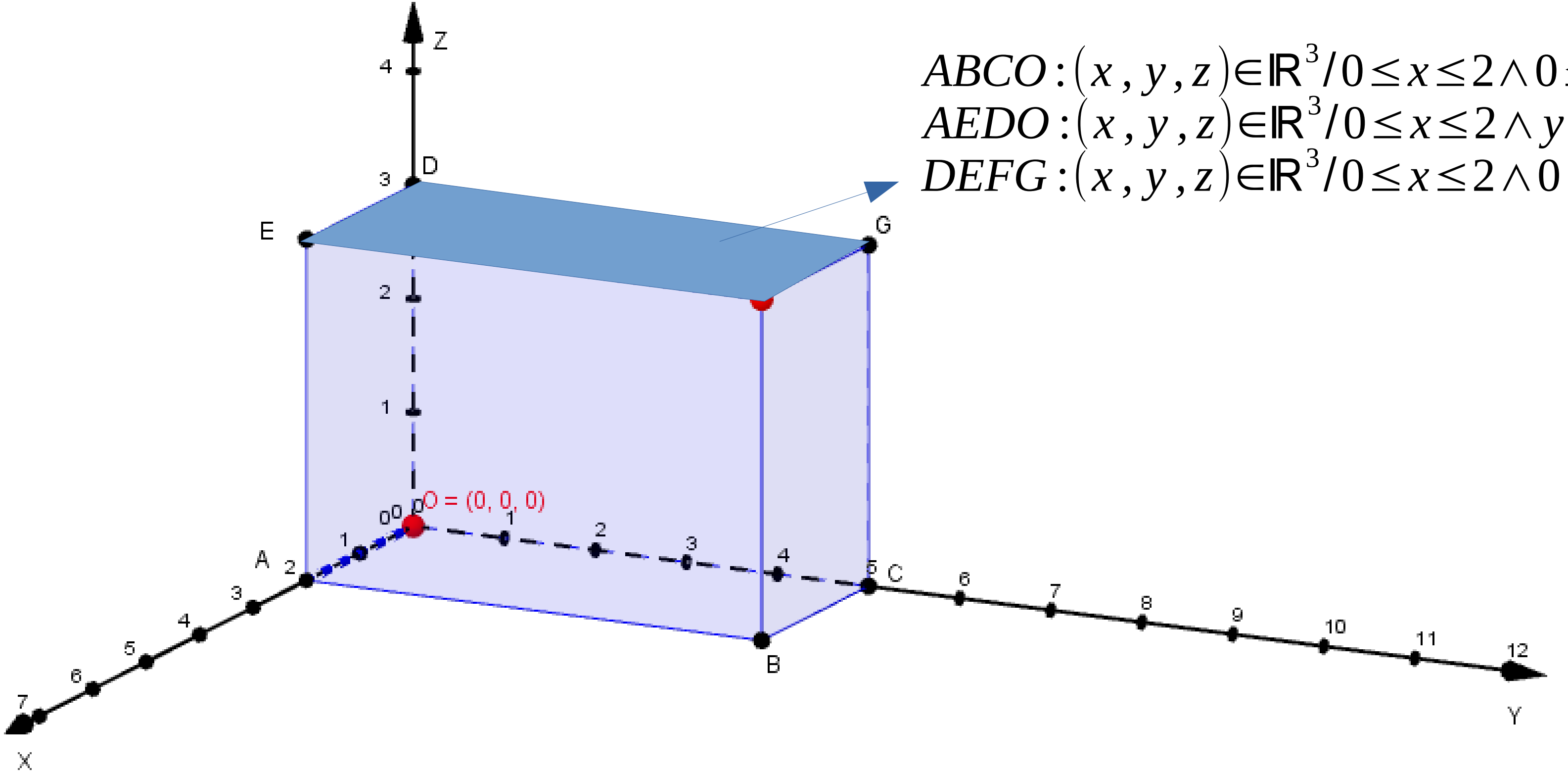
Ejercicio 1.4: Describir en forma analítica el conjunto de puntos que forman cada una de las seis caras de CI



$$ABCO : (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / 0 \leq x \leq 2 \wedge 0 \leq y \leq 5 \wedge z = 0$$
$$AEDO : (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / 0 \leq x \leq 2 \wedge y = 0 \wedge 0 \leq z \leq 3$$

Ejercicios de la Práctica

Ejercicio 1.4: Describir en forma analítica el conjunto de puntos que forman cada una de las seis caras de CI



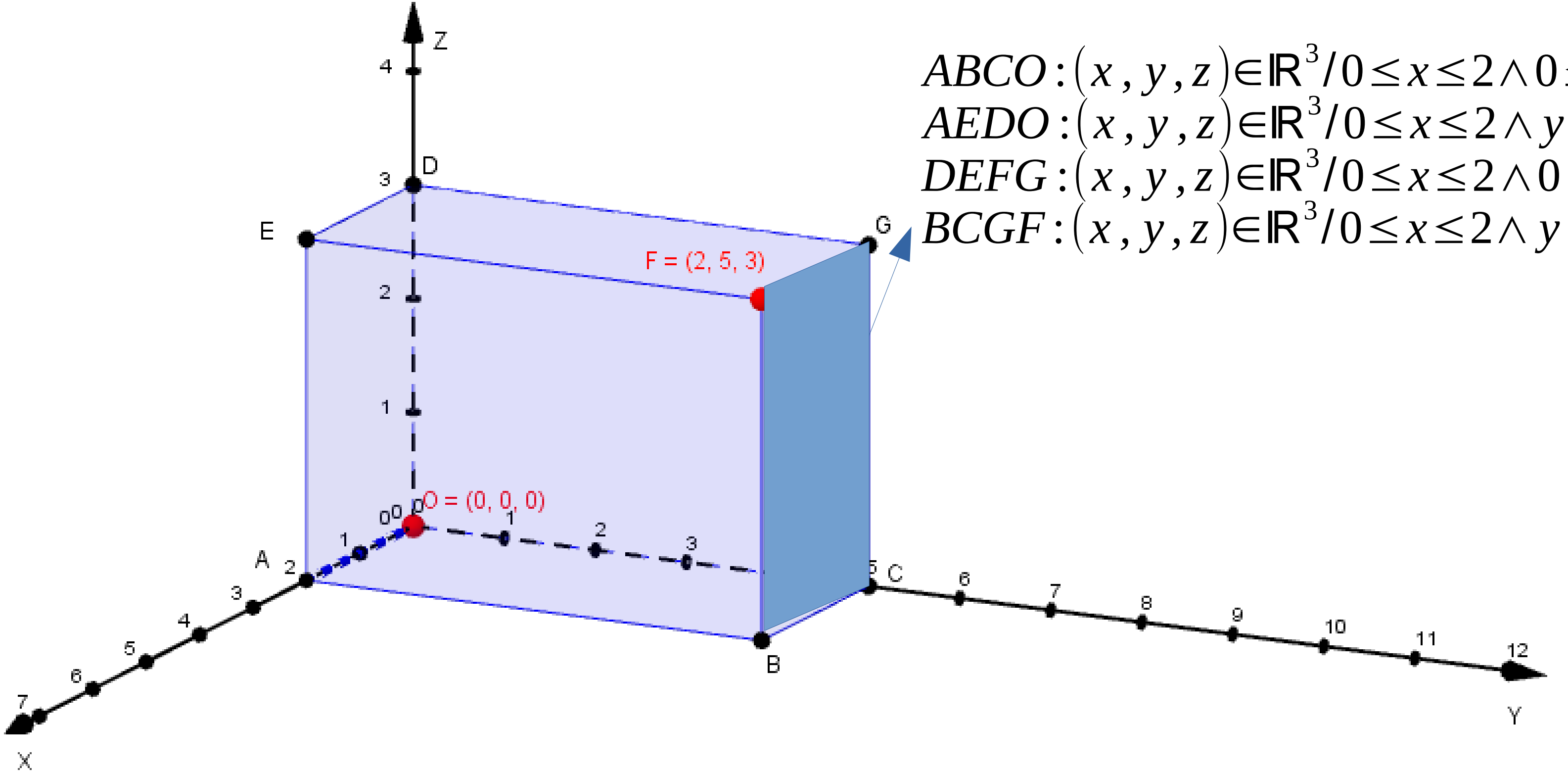
$ABCO:(x,y,z)\in \mathbb{R}^3 / 0\leq x\leq 2 \wedge 0\leq y\leq 5 \wedge z=0$

$AEDO:(x,y,z)\in \mathbb{R}^3 / 0\leq x\leq 2 \wedge y=0 \wedge 0\leq z\leq 3$

$DEFG:(x,y,z)\in \mathbb{R}^3 / 0\leq x\leq 2 \wedge 0\leq y\leq 5 \wedge z=3$

Ejercicios de la Práctica

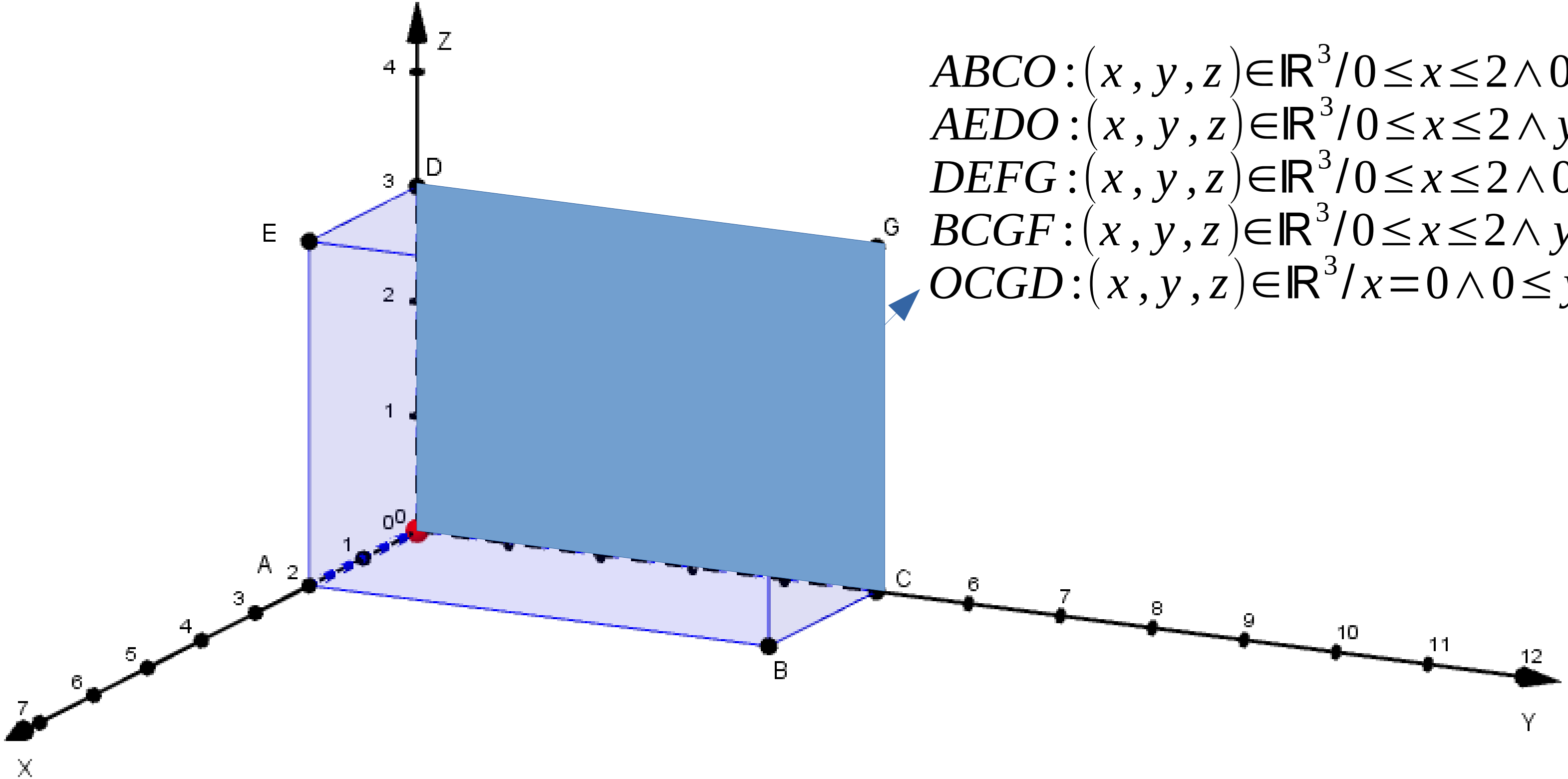
Ejercicio 1.4: Describir en forma analítica el conjunto de puntos que forman cada una de las seis caras de CI



$$ABCO:(x,y,z)\in\mathbb{R}^3/0\leq x\leq 2\wedge 0\leq y\leq 5\wedge z=0$$
$$AEDO:(x,y,z)\in\mathbb{R}^3/0\leq x\leq 2\wedge y=0\wedge 0\leq z\leq 3$$
$$DEFG:(x,y,z)\in\mathbb{R}^3/0\leq x\leq 2\wedge 0\leq y\leq 5\wedge z=3$$
$$BCGF:(x,y,z)\in\mathbb{R}^3/0\leq x\leq 2\wedge y=5\wedge 0\leq z\leq 3$$

Ejercicios de la Práctica

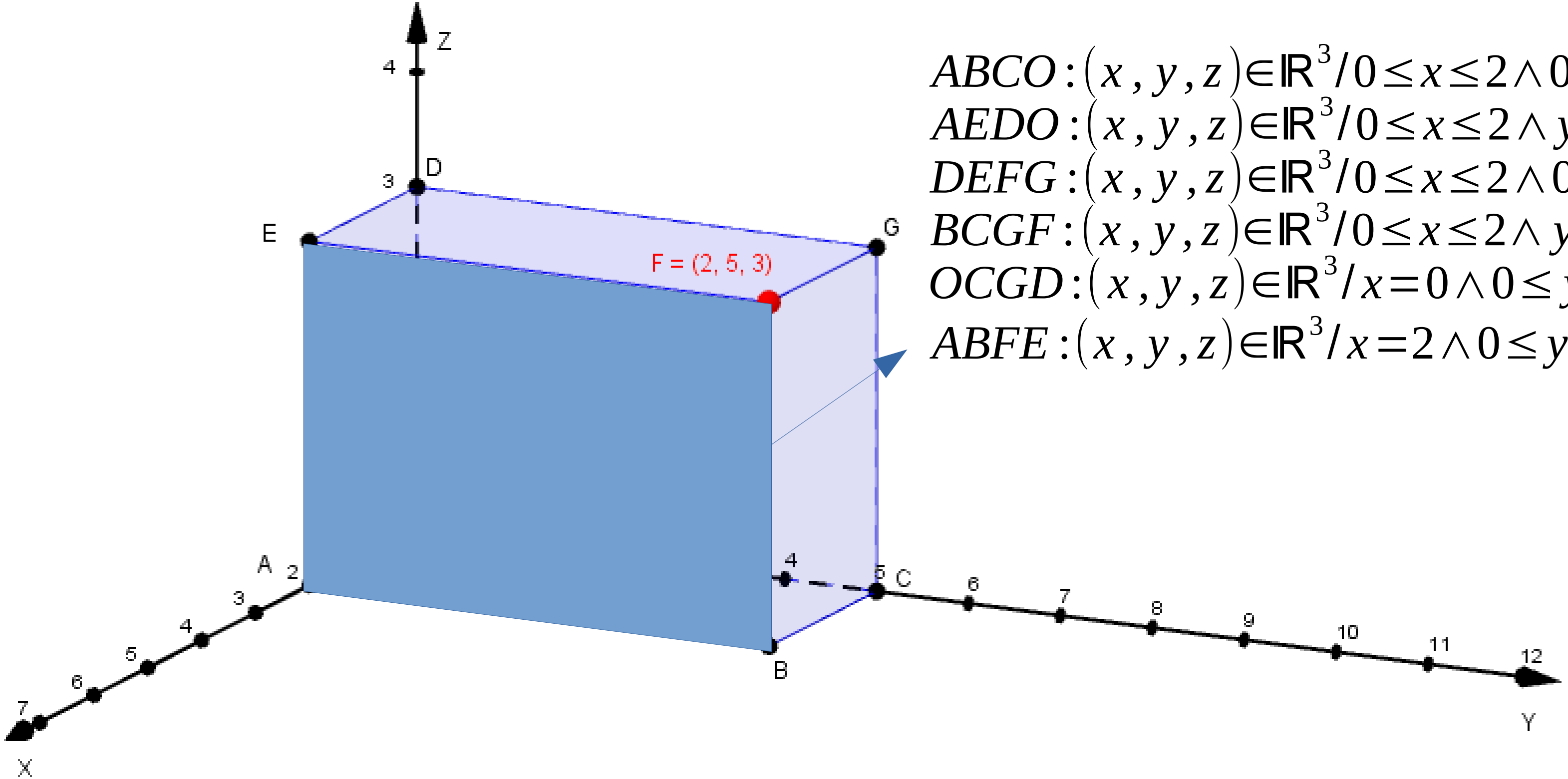
Ejercicio 1.4: Describir en forma analítica el conjunto de puntos que forman cada una de las seis caras de CI



$$ABCO:(x,y,z)\in \mathbb{R}^3/0\leq x\leq 2\wedge 0\leq y\leq 5\wedge z=0$$
$$AEDO:(x,y,z)\in \mathbb{R}^3/0\leq x\leq 2\wedge y=0\wedge 0\leq z\leq 3$$
$$DEFG:(x,y,z)\in \mathbb{R}^3/0\leq x\leq 2\wedge 0\leq y\leq 5\wedge z=3$$
$$BCGF:(x,y,z)\in \mathbb{R}^3/0\leq x\leq 2\wedge y=5\wedge 0\leq z\leq 3$$
$$OCGD:(x,y,z)\in \mathbb{R}^3/x=0\wedge 0\leq y\leq 5\wedge 0\leq z\leq 3$$

Ejercicios de la Práctica

Ejercicio 1.4: Describir en forma analítica el conjunto de puntos que forman cada una de las seis caras de CI



$$ABCO:(x,y,z)\in\mathbb{R}^3/0\leq x\leq 2\wedge 0\leq y\leq 5\wedge z=0$$
$$AEDO:(x,y,z)\in\mathbb{R}^3/0\leq x\leq 2\wedge y=0\wedge 0\leq z\leq 3$$
$$DEFG:(x,y,z)\in\mathbb{R}^3/0\leq x\leq 2\wedge 0\leq y\leq 5\wedge z=3$$
$$BCGF:(x,y,z)\in\mathbb{R}^3/0\leq x\leq 2\wedge y=5\wedge 0\leq z\leq 3$$
$$OCGD:(x,y,z)\in\mathbb{R}^3/x=0\wedge 0\leq y\leq 5\wedge 0\leq z\leq 3$$
$$ABFE:(x,y,z)\in\mathbb{R}^3/x=2\wedge 0\leq y\leq 5\wedge 0\leq z\leq 3$$

¿Preguntas?

Muchas Gracias