U.T.N. F.R.H. – **Examen final de Álgebra y Geometría Analítica** - Diciembre 2015

Alumno: .... **Especialidad:** ....

Profesor con quien cursó:.. **Mes y año de firma TP:** ....

	1			2			3			4		Calificación final
Corrector	a	b	c	a	b	c	a	b	c	a	b	

1) Sean en $\mathbf{R}^3$ los puntos $A(0;0;0)$, $B(a;0;0)$, $C(0;a;2a)$ y $D(a;a;0)$ con $a \in \mathbf{R}-\{\mathbf{0}\}$.

a) Determinar la ecuación del plano π que pasa por B, C y D.

b) Obtener la ecuación de la recta ortogonal al plano π que pasa por A.

c) Hallar el punto simétrico de A respecto del plano π.

2) Sea $f: \mathbf{R}^3 \to \mathbf{R}^3$ la proyección ortogonal sobre la recta generada por el vector $\vec{u} = (1;1;1)$ y sea $g: \mathbf{R}^3 \to \mathbf{R}^3$ la simetría respecto del plano XZ.

a) Determinar el núcleo y la imagen de f.

b) Hallar el transformado por f de la recta bisectriz de los ejes Y y Z.

c) Identificar los autovectores y sus respectivos autovalores de g.

3) Sea $S = \{X \in \mathbf{R}^{2x2} \ / \ A \cdot X = X \cdot A\}$ siendo $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$.

a) Demostrar que S es un subespacio.

b) Hallar una base ortonormal para S.

c) Determinar el valor de $k \in \mathbf{R}$ para que la matriz $B = \begin{pmatrix} 0 & k \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$ sea ortogonal a S.

4) Analizar si cada una de las siguientes proposiciones es verdadera o falsa. Si es verdadera, demostrarla; caso contrario, dar un contraejemplo o justificar claramente la respuesta.

a) Existe un único valor $k \in \mathbf{R}$ para que la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 3k+2 \\ k+\frac{8}{3} & 1 \end{pmatrix}$ asociada a la transformación lineal $f: \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}^2$, tenga subespacios de autovectores ortogonales.

b) Sea $A \in \mathbf{R}^{n \times n}$ y sean V, W de $\mathbf{R}^{n \times 1}$ dos autovectores de A con el mismo autovalor $\lambda \neq 0$, entonces $U = V - W$ también es autovector de A con autovalor 0.