UTN FRH- FINAL DE ÁLGEBRA Y GEOMETRÍA ANALÍTICA - 17 de diciembre de 2015

Alumno:……………………………………………………………………… Especialidad: ………………

Profesor con quien cursó la asignatura: …………………………….. Año de Cursada: ....

Ejercicio	1		2			3			4		Calificación
Corrector	a	b	a	b	c	a	b	c	a	b	

Calificación final:……………………………………………….

Ejercicio 1. En $\mathbf{R}^3$ se consideran las rectas $r \equiv \begin{cases} x+z=1 \\ \alpha x+y+z=0 \end{cases}$ y $s \equiv \begin{cases} 2\alpha x+y+z=1 \\ x+y+z+2=0 \end{cases}$, y sea π el segundo plano que define a *s*.

a) Hallar α de manera que *r* y *s* resulten perpendiculares.
b) Analizar la intersección de la recta *r* y el plano π para los distintos valores reales de α, identificando geométricamente el conjunto intersección en cada caso.

Ejercicio 2. Determinar el valor de cada una de las siguientes afirmaciones. Si es verdadera demostrarla, mencionando las propiedades utilizadas y si es falsa proponer un contraejemplo o justificarlo claramente.

a) Si *A* y *S* son dos matrices cuadradas de orden *n*, siendo S simétrica entonces $A^T \cdot S \cdot A$ es una matriz simétrica.
b) Sea $A \cdot X = B$ la forma matricial de un sistema de ecuaciones lineales inhomogéneo, donde $A \in \mathbf{R}^{\mathbf{nxn}}, X \in \mathbf{R}^{\mathbf{nx1}}, B \in \mathbf{R}^{\mathbf{nx1}}$. Si $\det(A)=0$ entonces el sistema resulta incompatible.
c) Sea f: $\mathbf{R}^{\mathbf{n}} \to \mathbf{R}^{\mathbf{n}}$ una transformación lineal con matriz asociada *A*. Si $\vec{v}_1$ y $\vec{v}_2$ son autovectores de *f* asociados a autovalores reales distintos λ_1 y λ_2, respectivamente, entonces el vector $(\vec{v}_1+\vec{v}_2)$ es autovector asociado a la matriz *A*, con autovalor igual a $(\lambda_1+\lambda_2)$.

Ejercicio 3. Sea la transformación lineal $f:\mathbf{R}^3 \to \mathbf{R}^3$ tal que a cada vector del espacio $\vec{x}=(x,y,z)$ le hace corresponder su proyección ortogonal sobre el plano $\pi: x+y=0$.

a) Hallar la forma explícita de *f* y su matriz asociada en la base canónica.
b) Demostrar que *f* es una transformación lineal.
c) Describir geométricamente cuáles son los subespacios imagen de *f* y núcleo de *f*.

Ejercicio 4. Sea $f:\mathbf{R}^3 \to \mathbf{R}^3$ una transformación lineal cuya matriz asociada en la base canónica es *A*:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -\alpha & \alpha \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

a) Obtener los autovalores de *A*.
b) Hallar los subespacios de autovectores de *f*, en función de $\alpha \in \mathbf{R}$, y estudiar si *f* es diagonalizable.