U.T.N. F.R.H. – **Examen final de Álgebra y Geometría Analítica** – 23/7/15

Alumno: ....**Especialidad:** ....

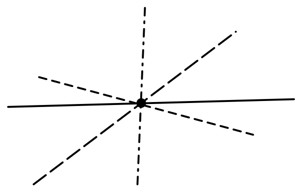
Profesor con quien cursó:.................................**Mes y año de firma TP:** ....

Ejercicio	1		2			3					Calificación final
Corrector	a	b	a	b	c	a	b	c	d	e	

Calificación Final:...

<u>Ejercicio: 1</u>

La ecuación $3x–2y–4+\alpha\ (2x + y –1) = 0$ con el parámetro $\alpha \in \mathbf{R}$, define un conjunto de rectas en $\mathbf{R}^2$ (haz de rectas):



a) Demostrar que todas las rectas tienen un punto en común y hallarlo.

b) Del conjunto de rectas, hallar la que es perpendicular a la determinada por los puntos $P_1 \equiv (3, -1)$ y $P_2 \equiv (4, 3)$, determinar el punto de intersección de ambas rectas y realizar un gráfico al respecto.

<u>Ejercicio: 2</u>

Justificando en forma genérica todas las respuestas:

a) Si la matriz $M = A \cdot B \cdot C$, con A, B y C matrices cuadradas de orden n, tiene inversa, demostrar paso por paso que B también tiene inversa y hallar una fórmula para B^{-1} en función de M, A y C.

b) Si $B \in \mathbf{R}^{\mathbf{n\times n}}$ es la inversa de A^2 ¿cuál es la inversa de A?

c) Si las matrices A y B son simétricas de orden n, decir cuáles de las matrices resultados de las siguientes operaciones son siempre matrices simétricas: **i)** $A^2–B^2$; **ii)** $(A–B)\ (A+B)$; **iii)** $A \cdot B \cdot A$; **iv)** $A \cdot B \cdot A \cdot B$; **v)** $C^T \cdot A \cdot C$.

<u>Ejercicio: 3</u>

Para la transformación lineal que proyecta ortogonalmente cualquier vector de $\mathbf{R}^3$ sobre el plano π definido por la ecuación $y + z = 0$:

a) Hallar la forma explícita de la transformación.

b) Demostrar que la matriz asociada a la transformación en la base canónica es

$$\boldsymbol{P} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1/2 & -1/2 \\ 0 & -1/2 & 1/2 \end{bmatrix}.$$

c) Deducir los autovalores y los autovectores de la transformación.

d) Interpretar geométricamente los resultados de **c).**

e) Obtener la matriz de pasaje que diagonaliza ortogonalmente la matriz P y la matriz diagonal correspondiente.