Final Álgebra y Geometría Analítica 14/05/2015

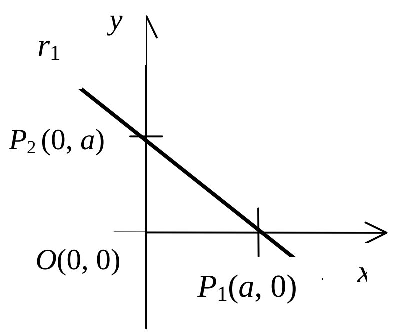
Apellido y Nombre……………………………………………………Legajo Nº…………..….

Año Cursada…………………….. Docente……………………

1		2		3	4	Corrector
a	**b**	**a**	**b**			

Calificación………………………………………

Ejercicio 1. Sean $a \in \mathrm{R}_{>0}$ y la r_1 la recta que determinan $P_1(a;0)$ y $P_2(0;a)$, como se indica en la figura.



a) Calcular la distancia al origen de dicha recta con el origen de coordenadas O.

b) Sean C y D los puntos de intersección con los ejes coordenados de una recta r_2 paralela a r_1. Dar las coordenadas de los puntos C y D si se sabe que el área del triángulo definido por C, D y O es el doble del área del triángulo cuyos vértices son P_1, P_2 y O. Dar todos los pares de soluciones posibles.

Ejercicio 2. Sea $S = \left\{ \vec{x} \,/\, \vec{x} \in \mathbf{R}^3 \,/ \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 0 \\ 2x_1 - x_3 = 0 \end{cases} \right\}$.

a) Hallar una base $B = \left\{ \vec{a}\,; \vec{b}; \vec{c} \right\}$ de $\mathbf{R}^3$ tal que $\vec{a} \in S$, $\vec{b} \in S^{\perp}$ y $\vec{c} \in S^{\perp}$.

b) Demostrar que si se construye $X \in \mathbf{R}^{3\times1}$ con las coordenadas de un vector genérico $\vec{x} \in S$, el producto $X^T \cdot X$ da por resultado una matriz simétrica de orden 3.

Ejercicio 3: Sea $f: \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}^2$ una transformación lineal tal que A= $\left\{ \vec{v_1}\,; \vec{v_2} \right\}$ es una base de $\mathbf{R}^2$ formada por autovectores ortogonales de f con autovalores asociados a λ_1 y λ_2, con $\lambda_1 \neq \lambda_2$. Si $\bar{u} = \bar{v}_1 + \bar{v}_2$, demostrar que el conjunto $B = \left\{ \bar{w}_1 = \bar{u}\,; \bar{w}_2 = f(\bar{u}) \right\}$ forma una base de $\mathbf{R}^2$.

Ejercicio 4: De una transformación lineal f definida en $\mathbf{R}^3$ de la que se conoce que: $\vec{u} = (1,2,-1)$ es un autovector asociado al autovalor 2 y que $B_N = \{ \bar{w} = (1,\ 0,\ -1) \}$ es una base para el núcleo de la misma. Hallar una transformación lineal con las características enunciadas. Dar la forma explícita y la expresión matricial.