U.T.N. F.R.H. – **Examen final de Álgebra y Geometría Analítica** –15 Mayo 2014 –

**Alumno:** ........................................................................ **Especialidad:** .............................

**Profesor con quien cursó:**............................................ **Mes y año de firma TP:** ............

| 1 | | | | 2 | | 3 | | | 4 | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| a | b | c | d | a | b | a | b | c | | |
| | | | | | | | | | | |

**Ejercicio 1:** Demostrar que :

a) $\vec{u} \perp \vec{v} \;\wedge\; \vec{u} \perp \vec{w} \;\Rightarrow\; \vec{u} \perp \alpha\,\vec{v} + \beta\,\vec{w}$ , $\forall\alpha\in\Re,\ \forall\beta\in\Re$

b) $\vec{a} \perp \vec{b} \Rightarrow \text{Proy}_{\vec{b}}\,(\vec{a} - \vec{b}) = -\,\vec{b}$

c) $\vec{a}$ , $\vec{b}$ , $\vec{c}$ , $\vec{d}$ son coplanares $\Rightarrow$ $(\vec{a} \times \vec{b}) \times (\vec{c} \times \vec{d}) = \vec{0}$

d) $|\vec{u}| = 2|\vec{v}| \;\wedge\; \text{ang}(\vec{u}, \vec{v}) = \dfrac{\pi}{3} \;\Rightarrow \text{Proy}_{\vec{u}}\,(\vec{u} - \vec{v}) = \vec{0}$

**Ejercicio 2:** Dada la recta L $\equiv x - 1 = y + 2 = \dfrac{z}{c}$ y los planos $\beta\equiv$ 3x-y-6=0 y $\alpha$ que pasa por los puntos (1;1;0) ; (1;0;2) y (0;1;-1). Se pide:

a) Hallar un plano $\pi$, que sea perpendicular al plano $y = 0$ y que contenga a la recta determinada por $\alpha \cap \beta$.

b) Calcular c $\in \Re$ para que L sea paralela al plano $\pi$.

**Ejercicio 3:** Dada la matriz $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$

a) Encontrar matrices elementales $E_1$ y $E_2$ tales que $E_2.E_1 \cdot A = I$.

b) Escribir $A^{-1}$ como producto de dos matrices elementales.

c) Escribir $A$ como producto de dos matrices elementales.

**Ejercicio:** Sea el plano $\pi$ generado por la base $\{(1,2,-2);(-2,2,1)\}$ de $\mathbf{R}^3$ y el subespacio S = $S = \{\vec{x} \in \mathbf{R}^3 \,/\, x_1 + 2x_2 = 0\}$

a) Hallar una transformación lineal $f$: $\mathbf{R}^3 \to \mathbf{R}^3$ tal que $f(\pi) = S$.

b) Calcular Nu($f$) e Im($f$).

**Ejercicio 4:** Indicar si son V o F las siguientes afirmaciones, **justificando la respuesta.**

a) Sea **V** un espacio vectorial de dimensión n y S = $\{\vec{v_1}, \vec{v_2}, ..... \vec{v_p}\}$ un conjunto de vectores de V. Entonces si p < n, el conjunto $S$ es linealmente independiente.

b) Los autovalores asociados a un mismo autovalor son siempre linealmente dependientes.

c) Si $A$ es una matriz simétrica de orden 3 tal que $\lambda_1$=1. y $\lambda_2$ = -2 son autovalores de $A$ y tr($A$)=0. Se verifica entonces que $|A^7| = (-2)^7$.

d) Si det($A$)= 0 $\Rightarrow$ $A$ no es diagonalizable.