U.T.N. F.R.H. Examen final de Álgebra y Geometría Analítica 4 de Diciembre de 2014

Alumno: ……………………………………………………………Especialidad: ……………………………

Profesor con quien cursó la asignatura: ……………………………… Año y mes de firma TP: ....

Ejercicio Corrector	1 a b c	2	3 a b c	4 a b c	Calificación

Calificación Final:..

Ejercicio 1. Analizar el valor de verdad de cada una de las siguientes proposiciones. Justificar la respuesta; dar un contraejemplo si la proposición es falsa o demostrarla si es verdadera.

a) Si λ es un autovalor de $A=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & -1\end{pmatrix} \Rightarrow \left(A+A^{-1}\right)^{\lambda}=2^{\lambda}A$.

b) Sea **V** un espacio vectorial con producto interior, $\vec{u}$ y $\vec{v}\in \mathbf{V}$ son vectores ortonormales, los vectores $(\alpha\vec{u}+\beta\vec{v})$ y $(\alpha\vec{u}-\beta\vec{v})$ son ortogonales $\Rightarrow$ $|\alpha|=|\beta|$.

c) Si $A\in \mathbf{R}^{\mathbf{n\times m}}$, $P=A\cdot\left(A^{T}\cdot A\right)^{-1}\cdot A^{T}$, y sabiendo que $\left(A^{T}\cdot A\right)^{-1}$ existe, entonces $P^{2}=P$.

Ejercicio 2. Sean los vectores $\vec{a}=(\alpha,-2,0)$ y $\vec{b}=(3,0,\beta)$. Hallar todos los pares (α,β) que hacen que el área del paralelogramo que tiene por los lados $\vec{a}$ y $\vec{b}$ sea igual a 6. Representar gráficamente en un plano dicho conjunto solución.

Ejercicio 3. Dado el subespacio H definido por: $H=\left\{\begin{pmatrix}a\\ b\\ c\end{pmatrix}\in \mathbf{R}^{\mathbf{3\times 1}}\ /\ a=2b=c\right\}$.

a) Definir un vector genérico de *H*.

b) Determinar una base para el subespacio complemento ortogonal de *H*, esto es $H^{\perp}$.

c) Dado el $\vec{a}=\begin{pmatrix}1 & 2 & -1\end{pmatrix}^{T}$, escribir la $\mathrm{Proy}_{H^{\perp}}\vec{a}$, o sea el vector que resulta de proyectar $\vec{a}$ sobre $H^{\perp}$.

Ejercicio 4. A un cubo de lado unitario que apoya su base y dos de sus caras laterales consecutivas sobre los planos coordenados del primer octante, se le aplica las siguientes transformaciones: primero la función *f* que produce un giro de 90º alrededor del eje z en sentido anti-horario, luego la función *g* que genera su imagen especular respecto al plano *yz*.

a) Escribir la forma explícita de cada una de las transformaciones y la de la composición $(g\circ f)(\vec{x})$.

b) Describir las imágenes que se van obteniendo en las transformaciones sucesivas que sufre el cubo.

c) Hallar los autovalores de $(g\circ f)$ y determinar si es diagonalizable.