

U.T.N. F.R.H. - Examen final de Álgebra y Geometría Analítica – 26-02-15

Alumno: Especialidad:

Profesor con quien cursó la asignatura:..... Año y mes de firma TP:

Ejercicio	1		2		3		4	Calificación
Corrector	a	b	a	b	a	b		

Calificación Final:.....

Ejercicio 1: Se consideran las rectas $r \equiv \begin{cases} x - y + z = 1 \\ 2x + y - z = 2 \end{cases}$ y $s \equiv \frac{x-2}{3} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{a}$ con $a \neq 0$

- Encontrar el punto de la recta r que dista dos unidades del plano xy .
- Hallar a para que exista un plano que contenga a la recta r y sea perpendicular a la recta s . En tal caso, definir la ecuación de dicho plano.

Ejercicio 2: El conjunto $B = \{\vec{a} = (a_1, a_2, a_3); \vec{b} = (b_1, b_2, b_3); \vec{c} = (c_1, c_2, c_3)\}$ constituye una base ortonormal de \mathbf{R}^3 (versores ortogonales) tales que $a_1 \neq 0$, $a_2 \neq 0$ y $a_3 \neq 0$. Los vectores de B se utilizan para definir los siguientes lugares geométricos:

$$\pi \equiv a_1x + a_2y + a_3z = 0, \quad r_1 \equiv \vec{c} + \lambda(\vec{b} \times \vec{c}) \quad \forall \lambda \in \mathbf{R}$$

- Calcular el ángulo que forman π y r_1 .
- Indicar la distancia entre π y r_1 .

Justificar claramente las respuestas.

Ejercicio 3: Sea S el subespacio de \mathbf{R}^4 generado por $\vec{v}_1 = (1,1,1,1)$ y $\vec{v}_2 = (1,-1,1,-1)$ y $f : \mathbf{R}^4 \rightarrow \mathbf{R}^4$ la transformación lineal que a cada vector de \mathbf{R}^4 le asigna su proyección ortogonal sobre el subespacio S .

- Definir los subespacios núcleo e imagen de la transformación f . Dar una base para cada subespacio y su dimensión. (No es necesario hallar la matriz asociada a f).
- Hallar los autovectores y los autovalores de la transformación f . ¿Es diagonalizable la matriz asociada a la transformación f ?

Ejercicio 4: Sea la matriz $A \in \mathbf{R}^{5 \times 5}$, $A = ((a_{ij}))$ con $a_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{si } i = j \vee i + j = 6 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$. Decida cuál entre las siguientes

afirmaciones es la falsa (hay una y solo una que lo es) y justifique claramente su respuesta.

- El rango de A es 3.
- El espacio nulo de A (conjunto solución de $A \cdot X = 0$) tiene dimensión 2.
- $\lambda = 0$ es autovalor de A .
- A no es diagonalizable.