U.T.N. F.R.H. – **Examen final de Álgebra y Geometría Analítica** - Diciembre 2014 (T 2)

Alumno: .... **Especialidad:** ....

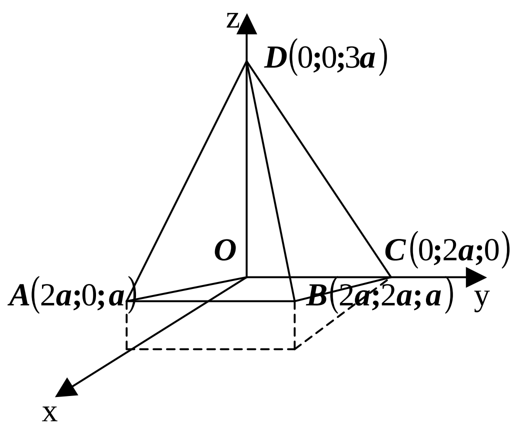
Profesor con quien cursó:... **Mes y año de firma TP:** ....

Ejercicio	1				2			3			Calificación final
Corrector	**a**	**b**	**c**	**d**	**a**	**b**	**c**	**a**	**b**	**c**	

Calificación Final:..

Ejercicio 1.

Considerando el gráfico de referencia, responder:



a) Escribir la ecuación de la recta "r", que pasa por los puntos A y B
b) Calcular la distancia de "r" al eje "y".
c) Encontrar una base ortogonal para el subespacio generado por los vectores $\overrightarrow{OA}$ y $\overrightarrow{OC}$.
d) ¿Es posible escribir al vector $\overrightarrow{EF}$ en la base hallada en el ítem anterior, si: $E(2a;-3a;a)$ y $F(-6a;a;-3a)$ con $a \in \Re^{+}$? Justifique la respuesta.

Ejercicio 2.

Defina la transformación lineal: $f : R^2 \to R^2 \ / \ f(\overrightarrow{X}) = A . \overrightarrow{X}$, con

$A = \begin{pmatrix} a & -b \\ b & a \end{pmatrix} \wedge A \neq O \ (O : matriz\ nula)$:

a) Demostrar que f modifica el módulo de los vectores a los cuales se le aplica, en un factor: $\sqrt{a^2 + b^2}$, o sea: $\left\| f(\overrightarrow{X}) \right\| = \sqrt{a^2 + b^2} \ . \left\| \overrightarrow{X} \right\|$
b) Si: $\vec{v} = (v_1 ; v_2) \wedge \vec{v} \neq \vec{0}$ y $\vec{u} = (u_1 ; u_2) \wedge \vec{u} \neq \vec{0}$, ¿qué relación existe entre el ángulo formado por los vectores: $\vec{u}$ y $\vec{v}$ y el ángulo entre: $f(\vec{u})$ y $f(\vec{v})$?
c) Hallar los autovalores de A, para los diferentes valores reales de "a" y "b" e indicar en cada caso, si la matriz A, resulta diagonalizable.

Ejercicio 3.

Para cada una de las siguientes afirmaciones, determine el valor de verdad. Si resulta verdadera, demuéstrela y si es falsa, proponga un contraejemplo, si:

a) $A . X = B$ es un sistema de ecuaciones lineales inhomogéneo, tal que: $A \in R^{10 x 8}$ y $r(A)$ y $r(A')$ son los máximos posibles, entonces el sistema resulta compatible determinado.
b) Si: V es un espacio vectorial con producto interno y $A = \{\vec{u}, \vec{v}\}$, un conjunto ortonormal de V, entonces: $\left\|\vec{u} - \vec{v}\right\| = \sqrt{2}$ (recuerde que: $< \vec{a} ; \vec{a} > = \left\|\vec{a}\right\|^2$).
c) Si: $B = \{\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}\}$ es una base ortogonal para R^3, entonces: $\{\vec{u} \ x \ \vec{v} \ , \lambda . \vec{u} \ , \vec{w} \ x \ (\vec{v} \ x \ \vec{u})\}$ es un conjunto linealmente independiente, para $\forall \lambda \in R \ \wedge \ \lambda \neq 0$.