Álgebra y Geometría Analítica
Examen Final – 06/12/2012

Apellido y
Nombre……………………………………………………………………………..Profesor:…………………………………….Año……….

1a 1b 1c	2a 2b	3a 3b 3c	4a 4b 4c	Calificación	Corrector

Antes de comenzar: lea atentamente los enunciados y consulte en caso de dudas. El examen se realiza en tinta. Recuadre los resultados. No se tendrán en cuenta los cálculos dispersos ni los procedimientos poco claros. En lo posible, use una hoja por cada ejercicio.

1) Se conoce que un subespacio vectorial S_1 de $\mathbb{R}^3$ contiene a la solución del sistema formado por $e_1 \equiv x+y=-1$ y por $e_2 \equiv x-z=1$. **a)** Encuentre la ecuación de S_1 **b)** Halle $S_1 \cap e_2$. **c)** Encuentre la distancia entre $S_1 \cap e_2$ y $A(-1;0;1)$

2) Sea *V* un espacio vectorial tal que $\dim(V)=4$ con base $B=\{\vec{u}_1,\vec{u}_2,\vec{u}_3,\vec{u}_4\}$. Se definen los vectores $\vec{v}_1=2\vec{u}_1+\vec{u}_2-\vec{u}_3$, $\vec{v}_2=2\vec{u}_1+2\vec{u}_3+2\vec{u}_4$, $\vec{v}_3=\vec{u}_1+\vec{u}_2-\vec{u}_3$, $\vec{v}_4=-\vec{u}_1+2\vec{u}_3+3\vec{u}_4$ **a)** Probar que $B_1=\{\vec{v}_1,\vec{v}_2,\vec{v}_3,\vec{v}_4\}$ también es una base de *V*. **b)** Encontrar las coordenadas en la base B_1 de un vector $\vec{t}$ cuyas coordenadas en B son (1;2;0;1).

3) Sea. $f:R^3 \to R^3$. Se sabe que el núcleo es $x+2y-z=0$ y que $k\,.\,f\left[(k;-k;0)^T\right]=(4;-4;0)^T$ con $k \in R$. **a)** ¿Para qué valores de *k* la transformación es lineal? **b)** Para *k* = 1, determine los autovalores y autovectores de *f.* **c)** Halle la ecuación explícita de la TL. ¿Es única?

4) A un cubo de lado unitario que apoya sus caras sobre los planos coordenados del primer octante, se le aplican las siguientes transformaciones: 1º) la función f genera su imagen especular respecto del plano *xz*; 2º) la función g obtiene la proyección ortogonal de la resultante de *f* sobre el plano *yz*; 3º) la función h produce un giro de 90º alrededor del eje *z* en sentido anti-horario, al resultado de *f* y *g*. **a)** Encuentre la forma explícita de cada una de las transformaciones y la expresión de $(h\circ g\circ f)(\vec{x})$. **b)** Describa las imágenes que se van obteniendo en cada etapa del proceso de transformaciones que sufre el cubo y graficar. **c)** Halle los autovalores y autovectores de $h\circ g\circ f$ y determine si es diagonalizable.