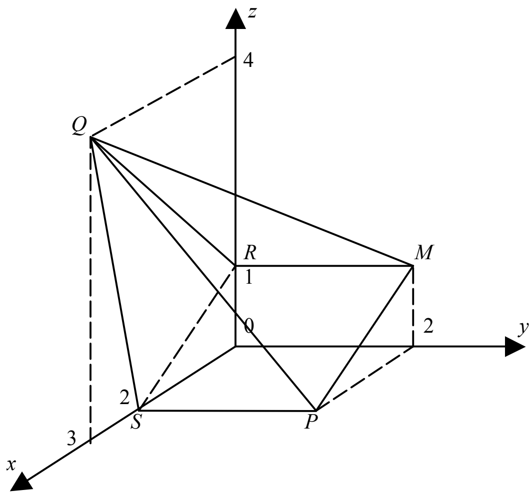
# U.T.N. F.R.H. – Examen final de AyGA – Febrero-Marzo 2011 – TEMA: 3

**Alumno: ...................................................................... Especialidad: .................................**
**Profesor con quien cursó:............................................ Mes y año de firma TP: ..................**

| Ejercicio | 1 | | 2 | | 3 | | 4 | 5 | Calificación final |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Corrector | a | b | a | b | a | b | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |

**Calificación Final:**.....................................................




**Ejercicio: 1**
Con la información dada en la figura,
**a)** Determinar la longitud de la proyección ortogonal de la arista PQ sobre el eje z.
**b)** Dar una ecuación vectorial paramétrica de la recta que pasa por el centro de la base y por el vértice de la pirámide. Base: MPSR; vértice: Q.

**Ejercicio: 2**
**a)** Si A y B son matrices simétricas, empleando propiedades y justificando claramente las respuestas, decir cuáles de las siguientes matrices son también siempre simétricas: **i)** $A^2 - B^2$, **ii)** $(A+B)(A-B)$, **iii)** $ABAB$.
**b)** Sin aplicar la regla de Sarrus y empleando sólo propiedades de la función determinante, demostrar que $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a & b & c \\ a^2 & b^2 & c^2 \end{vmatrix} = (b-a)(c-a)(c-b)$.

**Ejercicio: 3**
En el espacio vectorial $P_2$ de los polinomios reales de grado menor o igual a dos, se define el producto interior $<f,g> = \sum_{k=0}^{k=2} f\left(\frac{k}{2}\right).g\left(\frac{k}{2}\right)$ siendo $f$ y $g$ dos polinomios cualesquiera de grado menor o igual a dos; **a)** evaluar $<f,g>$ si $f(x)=x$ y $g(x)=ax+b$; **b)** si $f(x)=x$, hallar todos los polinomios de la forma $g(x)=ax+b$ que sean ortogonales a $f(x)=x$, respecto al producto interior así definido.

**Ejercicio: 4**
Sea $A \cdot X = B$ la expresión matricial de un sistema lineal de *m* ecuaciones con *n* incógnitas, donde $B \neq O$ (*O* matriz nula). Sean $X_1 \in \mathbf{R}^{\mathbf{n \times 1}}$ y $X_2 \in \mathbf{R}^{\mathbf{n \times 1}}$ soluciones particulares del sistema. Encontrar las condiciones que deben verificar $a \in \mathbf{R}$ y $b \in \mathbf{R}$ para que la combinación lineal

$$a \cdot X_1 + b \cdot X_2$$

satisfaga el sistema.

**Ejercicio: 5**
Dada la matriz $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a & b & c \\ d & e & f \end{bmatrix}$ y sabiendo que los vectores $\vec{v}_1 = (1,1,1)$; $\vec{v}_2 = (1,0,-1)$; $\vec{v}_3 = (1,-1,0)$ son autovectores de *A*, determinar los valores de *a*, *b*, *c*, *d*, *e*, y *f* y sus autovalores. Dar una interpretación geométrica de los espacios característicos.