U.T.N. F.R.H. - **Examen final de Algebra y Geometría Analítica – 3/10/2013**

Alumno: .... **Especialidad:** ....

Profesor con quien cursó la asignatura:..................................**Año de firma TP:** ....

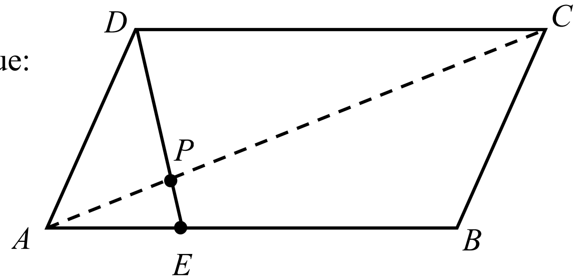
Ejercicio Corrector	1	2 a b c	3 a b	4	Calificación

Calificación Final:..

Ejercicio 1.
En el paralelogramo *ABCD* de la figura, se conoce que:

$$\overrightarrow{AE} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} \text{ y } \overrightarrow{DP} = \frac{3}{4}\overrightarrow{DE}.$$

Mostrar que el punto *P* está sobre la diagonal *AC*.



Ejercicio 2. Sea *f*: $\mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}^2$ la transformación lineal tal que rota a cada vector $\vec{x} \in \mathbf{R}^2$ un ángulo $2\pi/3$ en sentido antihorario y luego, al vector rotado, lo refleja sobre el eje *x*.

a) Hallar la matriz asociada a transformación y dar la forma explícita de *f*.
b) ¿Existen vectores invariantes frente a *f*, esto es que el vector y su transformado mediante *f* coincidan? En caso afirmativo, hallar <u>todos</u> los vectores invariantes y graficar su conjunto. En caso negativo, justificar la respuesta.
c) Sea *g*: $\mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}^2$ la transformación que efectúa las acciones de *f* pero en orden inverso, primero refleja sobre el eje x y luego rota el vector reflejado un ángulo $2\pi/3$ en sentido antihorario. ¿Se verifica que $g(\vec{x}) = f(\vec{x})\ \forall \vec{x} \in \mathbf{R}^2$? En caso negativo, ¿se verifica la igualdad para algún $\vec{x} \in \mathbf{R}^2$? En caso afirmativo, dar un ejemplo.

Ejercicio 3. Analizar el valor de verdad de las siguientes proposiciones. Justificar la respuesta demostrando la proposición en caso de ser verdadera, o dar un contraejemplo si es falsa.

a) Si $A \in \mathbf{R}^{4\times 4}$ es inversible, entonces existe la matriz inversa de *B* siendo
$$B = (A_2 - A_3 \quad 2A_3 \quad A_4 \quad A_1 + A_2)$$
donde A_k indica la *k*-ésima columna de *A* con $k = 1, 2, 3, 4$.
b) Sean $A, B \in \mathbf{R}^{n\times n}$ tales que *A* es ortogonal y $\det(B) = 1$, entonces se verifica que
$$\det\left(A^3 + A^2\right) = \det\left(A \cdot B + B\right).$$

Ejercicio 4. Hallar $k \in \mathbf{R}$ para que la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 2k+1 \\ -k + \frac{5}{2} & 1 \end{pmatrix}$ sea diagonalizable y con subespacios de autovectores ortogonales. Hallar dichos subespacios.