U.T.N. F.R.H. – **Examen final de Álgebra y Geometría Analítica** – Julio 2011– T2

Alumno: .... **Especialidad:** ....

Profesor con quien cursó:................................ **Mes y año de firma TP:** ....

Ejercicio	**1**			**2**			**3**			**4**	**Calificación**
Corrector	**a**	**b**	**c**	**a**	**b**	**c**	**a**	**b**	**c**		

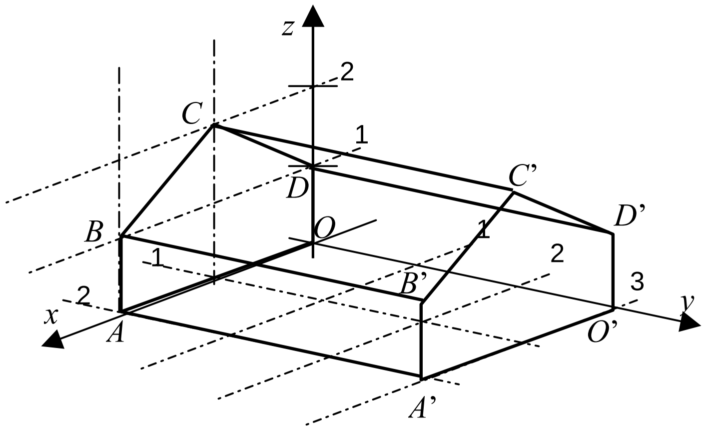
Calificación Final:..

Ejercicio 1. A partir de la información sobre el prisma que se da en la figura, determinar vectorialmente:

a) La distancia entre la recta que contiene a los vértices DD' y la recta que contiene a los vértices BC.

b) El área del triángulo que une el punto de corte de las diagonales del rectángulo $CC'BB'$, el origen de coordenadas O, y A'.

c) ¿Es posible hallar un subespacio de dimensión 2 que sea ortogonal al segmento que une O con B y que además contenga al punto A'? En caso afirmativo, hallar la ecuación que lo represente. En caso negativo, justificar la respuesta.



Ejercicio 2. Sea C el conjunto de todas las matrices triangulares superiores $A=((a_{ij}))$ de orden 3 que sean involutivas de índice 2 ($A^2 = I$), si se conoce que $a_{1,1} = a_{2,2} = 1$ y $a_{3,3} = -1$.

a) Hallar el conjunto C indicando una matriz genérica A que lo represente.

b) Indicar si C constituye un subespacio. En caso afirmativo, probarlo e indicar su dimensión y dar una base. En caso negativo, justificar la respuesta.

c) Dar, si existe, la inversa de la matriz A de la respuesta dada en el ítem a).

Ejercicio 3. En el espacio $\mathbf{R}^3$ se define un subespacio vectorial S generado por el vector $\vec{a} \neq \vec{0}$ con $\vec{a} \in \mathbf{R}^3$. Se conoce que $\{\vec{x};\vec{y}\} \subset \mathbf{R}^3$ es un conjunto de vectores ortonormales que pertenecen a $S^{\perp}$ (subespacio complemento ortogonal de S) y sea $\vec{z} = \alpha\vec{x} + \beta\vec{y}$ con α, $\beta \in \mathbf{R}$. Contestar las siguientes cuestiones, justificando las respuestas.

a) Demostrar que $\vec{z}$ es ortogonal a $\vec{a}$, cualesquiera sean los escalares α y β.

b) Indicar la relación que debe cumplirse entre α y β para que $\vec{z}$ tenga módulo 1.

c) Eligir $\vec{x}, \vec{y}$ y $\vec{a}$ de forma tal que satisfagan las condiciones del ejercicio y tal que todos ellos tengan al menos dos componentes no nulas. Interpretar los lugares geométricos que entonces quedan definidos.

Ejercicio 4. Sea f: $\mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}^2$ una transformación lineal tal que $\{\vec{u}_1;\vec{u}_2\} \subset \mathbf{R}^2$ es una base de autovectores asociados a los autovalores λ_1 y λ_2 con $\lambda_1 \neq \lambda_2$, y sea $\bar{v} = \vec{u}_1 + \vec{u}_2$. Demostrar que el conjunto $\{\bar{v};\bar{w} = f(\bar{v})\}$ es una base de $\mathbf{R}^2$.