U.T.N. F.R.H **Examen final de Álgebra y Geometría Analítica** Febrero 2012 - T2

Alumno:……………………………………………………………….Especialidad:…………

Profesor con quien cursó la asignatura:………………………………………

Ejercicio Corrector	1 a b c	2 a b	3 a b c	4 a b	Calificación

1) Sea el conjunto $C = \{\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}\}$ una base ortonormal de $\mathbf{R}^3$.
   a) Hallar el ángulo que forman los vectores $\vec{a}$ y $\vec{b}$, si $\vec{a} = \vec{u} - \vec{v} + \vec{w}$ y $\vec{b} = 2\vec{u} - \vec{w}$.
   b) $L = \{\vec{u}; \vec{v}; (\vec{u}\times\vec{u})\times\vec{v}; \vec{u}\times\vec{w}; \vec{u}\times(\vec{u}\times\vec{v})\}$. Eliminar elementos en L hasta obtener un conjunto linealmente independiente constituido por la mayor cantidad posible de vectores. Cada eliminación o no eliminación debe estar justificada.
   c) Sea $A(a_1, a_2, a_3)$ un punto fijo de $\mathbf{R}^3$, el punto O el origen de coordenadas y $P(x, y, z)$ un punto genérico. Analizar si existe algún punto A, para el que la recta $r \equiv \overrightarrow{OA} + \lambda\vec{v}, \ \forall\lambda\in\mathbf{R}$ esté contenida en el plano π, con $\pi \equiv \vec{u}\cdot\overrightarrow{OP} = 0$.

2) Dado el subespacio $H \subset \mathbf{R}^3$, siendo $H = \left\{ \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} \in \mathbf{R}^3 \,/\, a = 2b = 3c \right\}$:
   a) Determinar una base ortonormal para el subespacio complemento ortogonal de H, o sea $H^{\perp}$.
   b) Expresar el vector $\vec{v} = (1,2,-1)$ como la combinación lineal de un vector $\vec{p} \in H$ y un vector $\vec{q} \in H^{\perp}$.

3) Sea la transformación lineal $f : \mathbf{R}^3 \to \mathbf{R}^3$ definida por:
$$f(x, y, z) = \left((2\alpha+4)x + (1-\alpha)y + (-2\alpha-\alpha^2)z,\ (4-\alpha)y, (4-\alpha^2)z\right).$$
   a) Hallar la matriz A asociada a la transformación f.
   b) Indicar para que valores de α, los autovalores de A resultan raíces simples de su polinomio característico.
   c) Analizar para $\alpha = 1$ si la matriz A resulta diagonalizable.

4) Analizar si cada una de las siguientes afirmaciones es verdadera o falsa. En caso de ser verdadera, demostrarla; en caso contrario, dar un contraejemplo.
   a) Si λ es un valor propio de $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ entonces $\left(A + A^{-1}\right)^{\lambda} = 2^{\lambda} A$.
   b) Sea $A \in \mathbf{R}^{\mathbf{nxn}}$ una matriz antisimétrica, entonces, A^2 es una matriz simétrica.