U.T.N. F.R.H. – **Examen final de Álgebra y Geometría Analítica** – Julio 2011– T1

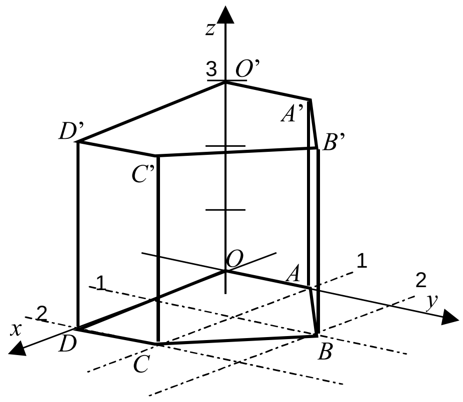
Alumno: .... **Especialidad:** ....

Profesor con quien cursó:................................ **Mes y año de firma TP:** ....

Ejercicio	1			2			3		4			Calificación
Corrector	a	b	c	a	b	c	a	b	a	b	c	

Calificación Final:..

<u>Ejercicio 1.</u> A partir de la información sobre el prisma recto de base pentagonal de la figura, determinar vectorialmente: **a)** la distancia del centro de la cara *CC'B'B* al origen de coordenadas **b)** la superficie del triángulo formado por los vértices *O'*, *C'* y el punto medio de la arista *CB*; **c)** una ecuación para el subespacio ortogonal al plano que pasa por el origen y es paralelo a la cara *CC'B'B*.



<u>Ejercicio 2.</u> **a)** Hallar los elementos que faltan $\begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 2 & 5 & 1 \\ -3 & -9 & -1 \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} 4 & 3 & 3 \\ * & -1 & -1 \\ * & * & -1 \end{pmatrix}$; **b)** Emplear la igualdad anterior para obtener la inversa de $\begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 3 & 5 & -9 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$; **c)** Siendo B una matriz genérica cuadrada de orden n, obtener $B^T.B$ para el caso en que las columnas de B son ortonormales.

<u>Ejercicio 3.</u> Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} 2 & -c \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$, para cuáles números reales c, A tiene: **a)** dos autovalores reales distintos con dos autovectores linealmente independientes; b) un autovalor repetido con un solo autovector linealmente independiente. En ambos casos determinar los correspondientes autovectores en función del parámetro c.

<u>Ejercicio 4.</u> Siendo $t:\mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ una transformación lineal tal que los autovalores de su matriz T asociada en la base canónica son 1 y –1, que $t(1,1,1) = (-1,-1,-1)$ y que $S = \{(x,y,z)\ /\ x-y+z = 0\}$ es uno de los subespacios de autovectores de T, **a)** Explicar por qué T es diagonalizable, dar una matriz diagonal D semejante a T y la correspondiente matriz de pasaje P que diagonaliza a T; **b)** Obtener T; **c)** Calcular T^n para n entero positivo.

U.T.N. F.R.H. – **Examen final de Álgebra y Geometría Analítica** – Julio 2011– T1

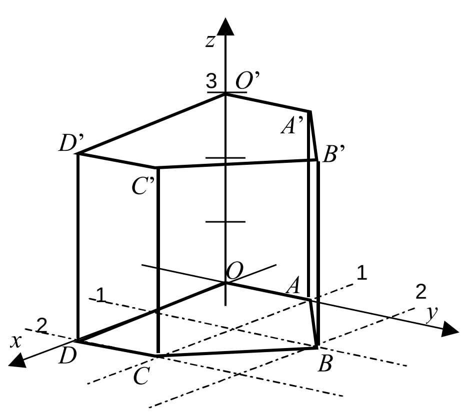
Alumno: .... **Especialidad:** ....

Profesor con quien cursó:................................ **Mes y año de firma TP:** ....

Ejercicio	1			2			3		4			Calificación
Corrector	a	b	c	a	b	c	a	b	a	b	c	

Calificación Final:..

<u>Ejercicio 1.</u> A partir de la información sobre el prisma recto de base pentagonal de la figura, determinar vectorialmente: **a)** la distancia del centro de la cara *CC'B'B* al origen de coordenadas **b)** la superficie del triángulo formado por los vértices *O'*, *C'* y el punto medio de la arista *CB*; **c)** una ecuación para el subespacio ortogonal al plano que pasa por el origen y es paralelo a la cara *CC'B'B*.



<u>Ejercicio 2.</u> **a)** Hallar los elementos que faltan $\begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 2 & 5 & 1 \\ -3 & -9 & -1 \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} 4 & 3 & 3 \\ * & -1 & -1 \\ * & * & -1 \end{pmatrix}$; **b)** Emplear la igualdad anterior para obtener la inversa de $\begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 3 & 5 & -9 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$; **c)** Siendo B una matriz genérica cuadrada de orden n, obtener $B^T.B$ para el caso en que las columnas de B son ortonormales.

<u>Ejercicio 3.</u> Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} 2 & -c \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$, para cuáles números reales c, A tiene: **a)** dos autovalores reales distintos con dos autovectores linealmente independientes; b) un autovalor repetido con un solo autovector linealmente independiente. En ambos casos determinar los correspondientes autovectores en función del parámetro c.

<u>Ejercicio 4.</u> Siendo $t:\mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ una transformación lineal tal que los autovalores de su matriz T asociada en la base canónica son 1 y –1, que $t(1,1,1) = (-1,-1,-1)$ y que $S = \{(x,y,z)\ /\ x-y+z = 0\}$ es uno de los subespacios de autovectores de T, **a)** Explicar por qué T es diagonalizable, dar una matriz diagonal D semejante a T y la correspondiente matriz de pasaje P que diagonaliza a T; **b)** Obtener T; **c)** Calcular T^n para n entero positivo.