U.T.N. F.R.H. – **Examen Final de Álgebra y Geometría Analítica- Diciembre 2012**.

Alumno:…………………………………………. Leg.N^0…………………………..
Especialidad:……………………. Profesor con quien cursó ……………………………

	1			2		3			4			Calificación
Corrector	**a**	**b**	**c**	**a**	**b**	**a**	**b**	**c**	**a**	**b**	**c**	

Calificación Final: ………………………………

Ejercicio 1. Sea el vector $\vec{v}_0 = (x_0, y_0, z_0) \in \mathbf{R}^3$ con $x_0 \cdot y_0 \cdot z_0 \neq 0$ y el plano π determinado por los vectores no nulos $\vec{a} = (a,0,0)$ y $\vec{b} = (0,0,b)$.

a) Hallar la proyección del vector $\vec{v}$ sobre el plano π.

b) Calcular la distancia del punto $P_0(x_0, y_0, z_0)$ y el plano π.

c) Sea A el subespacio generado por el conjunto de vectores

$$\{\vec{v}_0 = (x_0, y_0, z_0); \vec{w}_0 = (x_0, 0, z_0)\}.$$

Identificar geométricamente el subespacio complemento ortogonal de A, $A^{\perp}$, dar su dimensión, una base y definirlo mediante una ecuación o un sistema de ecuaciones según correspondiere.

Ejercicio 2

2.a) Dadas las matrices A, B, $C \in \mathbf{R}^{3\times3}$ desarrollar los siguientes ítems.

i. Probar que es falso que $A \cdot B = A \cdot C \Rightarrow B = C$, esto es encontrar un contraejemplo numérico que no cumpla la proposición.

ii. Indicar en qué casos $A \cdot B = A \cdot C \Rightarrow B = C$ resulta verdadero.

2.b) Analizar si es verdadera o falsa la siguiente proposición:
Si $A = ((a_{ij}))$ es una matriz de orden 3×1 y $B = ((b_{ij}))$ es una matriz de orden 1×3, entonces el rango de la matriz $A \cdot B$ es, a lo sumo, 1.

Ejercicio 3. Sea $M = ((m_{i,j})) \in \mathbf{R}^{3\times3}$ con $m_{i,j} = -(-1)^{i+j}\ \forall (i,j)$.

a) Deducir una expresión general para M^n con $m \in \mathbf{N}$.

b) Hallar los autovalores de M e indicar si dicha matriz es diagonalizable, Justificar la respuesta.

c) Dar un conjunto linealmente independiente de autovectores ortonormales de M, que contenga la mayor cantidad posible de elementos.

Ejercicio 4

Sea $f : \mathbf{R}^3 \to \mathbf{R}^3$ la transformación lineal que a cada vector de $\vec{v}(x,y,z)$ le asigna su imagen especular con respecto al plano xy y luego duplica su componente en y.

a) Dar la forma explícita de f y la matriz asociada a la transformación según la base canónica.

b) Hallar el conjunto de todos los vectores $\vec{v}$ que siendo ortogonales a $\vec{u} = (1,1,1)$, cumplen también que sus transformados, $f(\vec{v})$, son ortogonales a $f(\vec{u})$.

c) ¿Es el conjunto obtenido en el ítem **b)** un subespacio? Justificar la respuesta.