U.T.N. F.R.H. - **Examen final de Algebra y Geometría Analítica – 2/8/2012**

Alumno: .... **Especialidad:** ....

Profesor con quien cursó la asignatura:..................................**Año de firma TP:** ....

Ejercicio **Corrector**	**1** **a b**	**2** **a b**	**3** **a b**	**4** **a b c d**	**Calificación**

Calificación Final:...

Ejercicio 1.

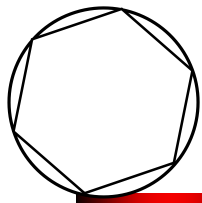


Figura 1

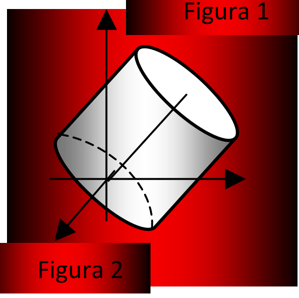


Figura 2

a) Sea un hexágono regular inscripto en una circunferencia de diámetro 2, como se muestra en la figura 1. Adosar en el gráfico un sistema cartesiano ortogonal (ubicar el centro y la orientación de los ejes) y nombrar con letras a los vértices del hexágono. A partir de allí, dar las coordenadas cartesianas en el sistema propuesto de cada uno de los seis vértices y hallar el área del hexágono.

b) Sea el cilindro de diámetro 2 y altura 4 inclinado como indica la figura 2; la tapa inferior contiene al origen de coordenadas y el eje del cilindro (contenido en el plano *yz*) forma un ángulo $\pi/4$ con el semieje positivo de las *z*. Hallar el lugar geométrico de <u>todos los puntos de $\mathbf{R}^3$</u> que están a la misma distancia de la tapa superior que de la tapa inferior. Describir la región con la/s ecuación/es adecuada/s.

Ejercicio 2. Para cada una de las siguientes proposiciones y justificando la respuesta, decir si es verdadera o falsa:

a) Los vectores de $\mathbf{R}^3$ $\vec{u}$ y $\vec{v}$ son no nulos y no paralelos, entonces $\{\vec{u};\vec{v};\vec{w}=\vec{u}\times\vec{v}+\vec{v}\times\vec{u}\}$ es linealmente dependiente.

b) X_1 es solución del sistema de ecuaciones lineales no homogéneo *S*: $A\cdot X=B$ con $A\in\mathbf{R}^{m\mathrm{x}n}$ y $B\in\mathbf{R}^{m\mathrm{x}1}$. Entonces, αX_1 con $\alpha\in\mathbf{R}$ no es solución de *S*.

Ejercicio 3. Dada la matriz $A=\begin{pmatrix}-11 & 0 & 30\\ 4 & 1 & -10\\ -4 & 0 & 11\end{pmatrix}$, resolver las siguientes cuestiones.

a) Inducir una hipótesis para las potencias naturales de *A*, esto es para A^n con $n\in\mathbf{N}$.

b) A partir de lo obtenido en el ítem a), dar una base ortonormal para el subespacio

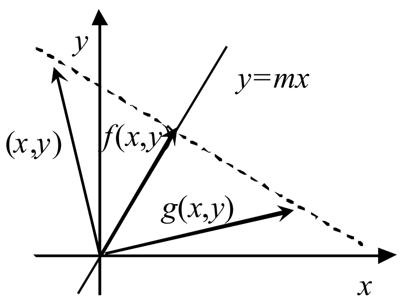
$$S=\left\{X\in\mathbf{R}^{3\times 1} \,/\, A^n\cdot X = X \text{ con } n\in\mathbf{N}\right\}.$$

Nota: si hace falta, para dar la respuesta distinguir en casos.

Ejercicio 4.

a) Demostrar que la matriz asociada a la transformación lineal *f*: $\mathbf{R}^2\to\mathbf{R}^2$ que proyecta ortogonalmente el vector $\vec{v}=(x,y)$ sobre la recta $y=mx\ \forall x\in\mathbf{R}$, es

$$A=\begin{pmatrix}\dfrac{1}{1+m^2} & \dfrac{m}{1+m^2}\\ \dfrac{m}{1+m^2} & \dfrac{m^2}{1+m^2}\end{pmatrix}.$$



b) Hallar los subespacios de autovectores asociados a *f*. Identificarlos geométricamente.

c) A partir del resultado del ítem a), hallar la forma explícita de la transformación lineal *g* $\mathbf{R}^2\to\mathbf{R}^2$ que aplicada al vector $\vec{v}=(x,y)$ da el vector simétrico con respecto a la recta $y=mx\ \forall x\in\mathbf{R}$.

d) Identificar la composición $g\circ f$.