

Apellido y Nombre: \_\_\_\_\_ Legajo: \_\_\_\_\_

Año de cursada: \_\_\_\_\_ Profesora/r: \_\_\_\_\_

1		2		3		4		5			Corrigió
A	B	A	B	A	B	A	B	A	B	C	
											Calificación:

1. Tres de las aristas de un tetraedro están contenidas en las rectas  $l_1 \equiv \vec{x} = (3; 3; 0) + \lambda(0; 3; -3)$ ,  $l_2 \equiv \vec{x} = (7; 10; -3) + \mu(2; 5; -3)$ ,  $l_3 \equiv \vec{x} = (9; 6; -3) + \delta(3; 3; -3)$ , mientras que su base lo está en el plano **(xy)**.  
 A) Hallar las coordenadas de los cuarto vértices. B) Hallar el volumen del tetraedro. (Sugerencia: recordar que  $V_{TETRAEDRO} = \text{sup Base.altura} / 3$ ).

2. Dados dos puntos de  $\mathbb{R}^3$ ,  $A(x_A; y_A; z_A)$  y  $B(x_B; y_B; z_B)$  se pide, A) hallar las coordenadas del punto de trisección más cercano al punto A. B) Deducir las coordenadas del punto que divide al segmento **AB** en **n** partes iguales y que se sitúe más cercano al punto A.

3. La matriz asociada a  $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  es  $F = \begin{pmatrix} 1 & 0 & a \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & a \end{pmatrix}$ . A) Determinar los valores de **a** para los cuales **F** es diagonalizable. B) Para aquellos valores de **a** para los cuales **F** diagonaliza, hallar una matriz **D** diagonal y su correspondiente matriz **P** de pasaje.

4. Sea  $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ , siendo su núcleo  $[Nu(f)] \quad S = \{ \vec{x} \in \mathbb{R}^3 / x = y \wedge z = x + y \}$  y su imagen  $[Im(f)]$  el complemento ortogonal de  $S$  ( $S^\perp$ ). A) Encuentre la ecuación explícita de **f** y la matriz de la transformación. ¿Son únicas?. B) ¿Existe una transformación como la descrita cuyos autovalores valgan 1, 2 y 3? Justifique adecuadamente todas las respuestas.

5. Responda **Verdadero** o **Falso**, justificando adecuadamente la respuesta.  
 a) Sea  $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ . La  $\dim[Im(f)] = 3$ , entonces la transformación es invertible.  
 b) Sea  $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ . Uno de sus autovalores es nulo ( $\lambda = 0$ ), entonces el  $\dim[Nu(f)] = 1$   
 c) Sea  $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ . Si la  $\dim[Nu(f)] = 1$ , entonces existe inversa para la matriz de la transformación.