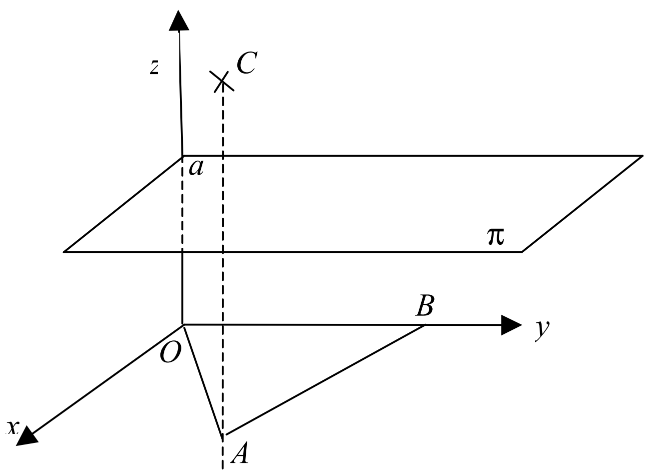
U.T.N. F.R.H. **Examen final de Álgebra y Geometría Analítica** **19-mayo-2011**

Alumno:...Especialidad: ....
Profesor con quien curso la asignatura: ....Año y mes de firma de TP:...........

Ejercicio Corrector	1 a b c d e	2 a b c	3 a b c d	Calificación

Calificación final: ....

<u>**Ejercicio 1**</u> Los puntos O, A, B son los vértices de un triángulo equilátero con lados de longitud λ. El punto C es simétrico del punto A respecto del plano $\pi \equiv z = a$ con $a \in \mathbf{R}_{>0}$.



a) Hallar las coordenadas del punto A y del punto C.

b) Determinar el área del triangulo que tiene por vértices los puntos OAC.

c) Encontrar la ecuación del plano que contiene a los puntos O, C y A.

d) Hallar la intersección de la recta r que contiene a los puntos B y C, con el plano π.

e) Dar la forma explícita y la forma matricial de una transformación lineal f en la que $f\left(\overrightarrow{OA}\right)=\left(\overrightarrow{OB}\right)$ mediante una rotación adecuado.

<u>**Ejercicio 2**</u> Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} m & -1 & 4 \\ 3 & m & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ con $m \in \mathbf{R}$.

- **a)** Determinar para que valores de m, la matriz A es inversible.
- **b)** Para $m=-1$, hallar un autovector de autovalor 0. En caso de no existir, justificar la respuesta.
- **c)** Sea S el subespacio de $\mathbf{R}^3$ generado por las columnas de A. Analizar la dimensión de S para los distintos valores de m y dar una base para cada caso.

<u>**Ejercicio 3**</u> Dada la transformación lineal: f: $\mathbf{R}^3 \rightarrow \mathbf{R}^3$ definida por:

$$f(x, y, z) = (x + y + a\,z,\ -x - a\,y - a\,z,\ x + y + b\,z),$$

- **a)** hallar todos los valores posibles de a y b para los que el núcleo de la transformación sea un subespacio de dimensión 1.
- **b)** Dar una interpretación geométrica de los subespacios núcleo e imagen de la transformación para <u>un par</u> de valores hallados en el ítem **a)**.
- **c)** Para los valores hallados en el ítem **a)**, encontrar el subespacio complemento ortogonal del núcleo de f y dar una base ortonormal del mismo.
- **d)** Si $b=-a$ hallar todos los valores de $a \in \mathbf{R}$ para los cuales el vector $\vec{v} = (1, -a, 1)$ pertenece a la imagen de la función.