U.T.N. F.R.H. – **Examen final de Álgebra y Geometría Analítica** – Febrero 2011 – T1

Alumno: .... **Especialidad:** ....

Profesor con quien cursó:... **Mes y año de firma TP:** ....

Ejercicio	1			2		3			4		Calificación
Corrector	a	b	c	a	b	a	b	c	a	b	

Calificación Final: …………………………………..

Ejercicio 1. Dado el plano $\pi \equiv x + 2y - z + 3 = 0$ y los puntos $Q(4, 5, -1)$ y A que corresponde a la intersección de π con el eje z.

a) Hallar el punto P del plano π más cercano a Q.

b) ¿Cuál es la posición relativa (ángulo, distancia) del plano π y de la recta que pasa por P y Q?

c) Hallar el punto R de la recta s dada por las ecuaciones $s \equiv \begin{cases} x + y = 0 \\ z = 4 \end{cases}$ para el que se verifica que el triángulo $\overset{\Delta}{AQR}$ es un triángulo con un ángulo recto en el vértice Q.

Ejercicio 2. Analizar el grado de verdad de cada una de las siguientes proposiciones. En caso de resultar verdadera, demostrarlo; en caso de resultar falsa, dar un contraejemplo.

a) Sea $A \cdot X = B$ la forma matricial de un sistema de ecuaciones lineales inhomogéneo donde $A \in \mathfrak{R}^{m\times n}$, $X \in \mathfrak{R}^{n\times 1}$, $B \in \mathfrak{R}^{m\times 1}$ ($B \neq$ matriz nula). Si X_1 y X_2 son soluciones particulares del sistema, entonces $\left[X_1 + \lambda(X_1 - X_2)\right]$ también es solución del sistema $\forall \lambda \in \mathfrak{R}$.

b) Sea $A \cdot X = B$ la forma matricial de un sistema de ecuaciones lineales inhomogéneo donde $A \in \mathfrak{R}^{n\times n}$, $X \in \mathfrak{R}^{n\times 1}$, $B \in \mathfrak{R}^{n\times 1}$ ($B \neq$ matriz nula). Si $\det(A) = 0$ entonces el sistema resulta incompatible.

Ejercicio 3.

a) Encontrar los valores del parámetro $k \in \mathfrak{R}$ de forma tal que W_1 y W_2 sean el mismo subespacio donde W_1 está generado por los vectores $\{(1;\,2;\,1),(2;\,1;\,-1)\}$ y W_2 está generado por los vectores $\{(0,k,k);\,(1;\,1;\,0),(k;\,0;-1)\}$.

b) Dar una base ortonormal para dicho subespacio.

c) Encontrar el subespacio complemento ortogonal para dicho subespacio dado y dar una base ortonormal. Dar la interpretación geométrica de ambos subespacios.

Ejercicio 4. Sean $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 2 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} -2 & a+4 & 0 \\ -1 & a+3 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$.

a) Determinar $a \in \mathfrak{R}$ para que A y B tengan los mismos autovalores.

b) Para los valores a encontrados decidir si B es diagonalizable. Justificar la respuesta.