U.T.N. F.R.H. - **Examen final de Álgebra y Geometría Analítica –** Mayo 2013

**Alumno:** ........................................................... **Especialidad:** ..........................................

**Profesor con quien cursó la asignatura:**...................................... **Año y mes de firma TP:** ...........

| Ejercicio<br>Corrector | 1 | 2 | 3 | 4 | 5<br>a b | Calificación |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | |
| | | | | | | |

**Calificación Final:**.....................................................

**Ejercicio 1.** Dos caras de un cubo están en los planos $\pi_1 \equiv 2x - 2y + z - 1 = 0$ y $\pi_2 \equiv 2x - 2y + z + 5 = 0$. Calcular el volumen del cubo.

**Ejercicio 2.** Dada la matriz $M = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$, hallar las matrices *A*, triangular inferior, y *B*, triangular superior, con $b_{i,i} = 1$ con $i = 1, 2, 3$, tales que $M = A \cdot B$.

**Ejercicio 3.** Sea $A \cdot X = B$ un sistema no homogéneo de n ecuaciones lineales con n incógnitas y $A \cdot X = O$ el sistema homogéneo asociado. Analizar si la siguiente proposición es verdadera o falsa. En caso de ser verdadera, demostrarla; caso contrario, dar un contraejemplo.

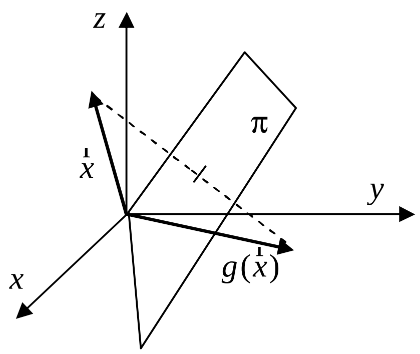
"Si $A \cdot X = O$ tiene infinitas soluciones, es posible que $A \cdot X = B$ no tenga solución."

**Ejercicio 4.** Sea *f*: $\mathbf{R^n} \to \mathbf{R^n}$ una transformación lineal tal que $f(f(\vec{x})) = f(\vec{x})\ \forall \vec{x} \in \mathbf{R^n}$, o sea idempotente de índice 2. Demostrar que $\vec{v} = \vec{x} - f(\vec{x})$ es autovector de *f*. Mencionar todas las propiedades usadas e indicar cuánto vale el autovalor asociado a $\vec{v}$.

**Ejercicio 5.** Sea *f*: $\mathbf{R^3} \to \mathbf{R^3}$ la transformación lineal que a cada vector $\vec{x} \in \mathbf{R}^3$ lo proyecta sobre la dirección normal al plano $\pi \equiv Ax + By + Cz = 0$. Sea *g*: $\mathbf{R^3} \to \mathbf{R^3}$ la transformación lineal que a cada vector $\vec{x} \in \mathbf{R}^3$ le hace corresponder su vector simétrico con respecto al plano π, $g(\vec{x}) = \vec{x}'$.

**a)** Hallar los escalares reales α y β tales para los que se verifica la siguiente relación:

$$g(\vec{x}) = \alpha\vec{x} + \beta f(\vec{x}).$$




**b)** Si $\pi \equiv 2x - 2y + z = 0$, comprobar que no es correcta la expresión

$$g(\vec{x}) = \left(\frac{1}{9}x + \frac{8}{9}y - \frac{4}{9}z, \frac{8}{9}x + \frac{1}{9}y + \frac{4}{9}z, -\frac{4}{9}x + \frac{4}{9}y - \frac{7}{9}z\right).$$