U.T.N. F.R.H. – **Examen final de Álgebra y Geometría Analítica** –16 Febrero 2012 –

**Alumno:** ............................................................................ **Especialidad:** .............................

**Profesor con quien cursó:**............................................. **Mes y año de firma TP:** .............

| **Corrector** | **1** | **2** | | | **3** | | **4** | | | **Calificación** |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | **a** | **b** | **c** | **a** | **b** | **a** | **b** | **c** | |
| | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | |

**Calificación Final: …………………………………..**

**Ejercicio 1:** Demostrar que $\forall \vec{a}, \forall \vec{b}, \forall \vec{c} \in \mathbf{R}^3$ el conjunto de vectores

$$\left\{ \vec{v}_1 = \vec{a} - \vec{b}\,; \vec{v}_2 = \vec{b} - \vec{c}\,; \vec{v}_3 = \vec{c} - \vec{a} \right\}$$

es linealmente dependiente, utilizando producto mixto. Indicar las propiedades usadas.

**Ejercicio 2**: Dados

$$r_1 \equiv \begin{cases} x = 1 - t \\ y = -1 + kt, \\ z = 0 \end{cases} t \in \mathbf{R}\,;\ r_2 \equiv (x, y, z) = \lambda(1, 0, -1),\ \lambda \in \mathbf{R};\ w \equiv\ x + y + z = 0,$$

**a)** hallar el valor de $k$ para que $r_1$ sea un subespacio de $\mathbf{R}^3$.

**b)** Demostrar que $w$ constituye un subespacio.

**c)** Analizar y justificar la validez de las siguientes proposiciones:

**c.1)** Para el valor de $k$ en obtenido a), $r_1 \cap r_2 = \emptyset$.

**c.2)** $r_2 \subset w$.

**c.3)** dim $(r_2 \cap w) = 1$.

**Ejercicio 3:**

**a)** Sea $A$ una matriz 3x3 de columnas $C_1$, $C_2$, y $C_3$. Sea $B$ la matriz de columnas $C_1+C_2$, $2C_1+3C_3$ y $C_2$. Calcular el determinante de $B$ en función del de $A$.

**b)** Demostrar que si $A^{-1}$ es la matriz inversa de $A \in \mathbf{R}^{n\times n} \Rightarrow \det(A^{-1}) = \dfrac{1}{\det(A)}$.

**Ejercicio 4:** Sea la transformación $f: \mathbf{R}^3 \to \mathbf{R}^3$ definida por $f(x, y, z) = (-y, -x, 0)$.

**a)** Demostrar que $f$ es una transformación lineal y hallar la matriz $A$ asociada a $f$. Dar una interpretación geométrica de la transformación.

**b)** Hallar el núcleo y la imagen de $f$, mencionando para cada uno de estos subespacios la dimensión y dar una base ortonormal de los mismos.

**c)** Calcular los autovalores y los autovectores asociados con $f$. ¿Es $A$ diagonalizable? Justificar.