U.T.N. F.R.H. – **Examen final de Álgebra y Geometría Analítica** –15 Diciembre 2011 –
Alumno: .... **Especialidad:** ....

Profesor con quien cursó:.. **Mes y año de firma TP:** ....

Ejercicio	**1**			**2**	**3**				**4**		**Calificación**
Corrector	a	b	c		a	b	c	d	a	b	

Calificación Final: …………………………………..

Ejercicio 1: Dado el plano $\pi \equiv x + 3y + z = 4$, se pide:

a) Calcular el punto simétrico P del punto $O(0\ ,\ 0\ ,\ 0)$ respecto del plano π.

b) Calcular el coseno del ángulo α que forman el plano π y el plano $x = 0$.

c) Encontrar el lugar geométrico de todos los puntos del espacio que equidisten de π en 3 unidades. Dar una descripción geométrica del mismo y dar la/s ecuación/es que lo representan o indicar las condiciones que lo describen.

Ejercicio 2: Sean los subespacios E y F, generados, respectivamente, por los conjuntos

$$\text{Gen } E = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -5 \end{pmatrix} ; \begin{pmatrix} -3 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right\} ; \ \text{Gen } F = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} ; \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ a \end{pmatrix} \right\} .$$

Encontrar según los valores de $a \in \mathbf{R}$, una base de $E \cap F$. Justificar las respuestas.

Ejercicio 3:

a) Encontrar una transformación lineal que proyecte cualquier vector posición del plano xy sobre la bisectiz del 1^0 y 3^0 cuadrante. Dar su definición explícita y su forma matricial.

b) Describir geométricamente los subespacios núcleo e imagen.

c) Describir geométricamente cuáles son los autovalores λ y autovectores de la transformación, indicando los valores posibles de λ y sus subespacios asociados para cada uno de ellos.

d) ¿Es posible dar una base ortonormal para $\mathbf{R}^2$ constituida por autovectores de esta transformación? En caso afirmativo, darla. En caso negativo, justificar la respuesta.

Ejercicio 4: Decida si cada una de las siguientes afirmaciones es verdadera o falsa, justificando su respuesta.

a) Sean A y B matrices de orden $n \times m$ y O la matriz nula de orden $n \times 1$. Si S_1 es el conjunto solución del sistema $AX = O$ y S_2 es el conjunto solución de $BX = O$, entonces $S_1 \cap S_2$ es conjunto solución del sistema $(A - B) = O$.

b) Sea $A \in \mathbf{R}^{3x3}$ la matriz de una transformación lineal. A y su traspuesta tienen igual polinomio característico.