U.T.N. F.R.H. - **Examen final de Algebra y Geometría Analítica** – 14/2/2013

Alumno: .... **Especialidad:** ....

Profesor con quien cursó la asignatura:..................................**Año de firma TP:** ....

Ejercicio Corrector	1 a b c	2	3 a b c d e f	4 a b c	5 a b	Calificación

Calificación Final:..

Ejercicio 1. Una esfera de radio r con $r \in \mathbb{R}^+$, tiene su centro en el origen de coordenadas.

a) Determinar la coordenada z para los puntos que están en la superficie de la esfera y en los cuales sus otras dos coordenadas son: $x = r/2$, $y = -r/2$.

b) Obtener una ecuación para la recta paralela al plano yz y que es tangente a la esfera en el punto hallado en **a)** en el cual es $z > 0$.

c) Obtener una ecuación para el plano que es tangente a la esfera en el mismo punto que lo es la recta del punto **b)**.

Ejercicio 2. Deducir todas las condiciones que deben cumplir los elementos de la matriz real $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$, para que A sea su propia inversa.

Ejercicio 3. Para el sistema $\begin{cases} 4x - 5y = 3 \\ 6x - 7y = 4 \end{cases}$ y justificando la respuesta, decir cuáles de las siguientes afirmaciones son verdaderas y cuáles falsas: **a)** No tiene solución porque $\begin{pmatrix} 4 & -5 \\ 6 & -7 \end{pmatrix}$ no tiene inversa. **b)** $(x, y) = (-1, -1/2)$ es un vector solución. **c)** Si tiene solución, se encuentra resolviendo $\begin{pmatrix} 4 & -5 \\ 6 & -7 \end{pmatrix} . \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$. **d)** Una de sus soluciones es $\begin{pmatrix} 4 & -5 \\ 6 & -7 \end{pmatrix} . \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$. **e)** Tiene más de una solución. **f)** El único vector solución es $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -7/2 & 5/2 \\ -6 & 2 \end{pmatrix} . \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$.

Ejercicio 4. La transformación $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ proyecta ortogonalmente todo vector de $\mathbb{R}^2$ sobre la dirección de la recta $y = x$. La transformación $g : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ rota todo vector de $\mathbb{R}^2$ en un ángulo $\varphi = \pi/4$ con sentido contrario al del movimiento de las agujas del reloj y alrededor del origen de coordenadas. Para $h_1 = f \circ g$ y $h_2 = g \circ f$:

a) Deducir la matriz asociada en la base canónica para cada transformación compuesta h_1 y h_2.

b) Calcular sus autovalores.

c) Obtener sus espacios de autovectores e interpretarlos gráficamente.

Ejercicio 5. Para cada una de las matrices halladas en **4) a)** y justificando las respuestas:

a) Decir si son diagonalizables ortogonalmente. En caso afirmativo obtener la matriz diagonal y su correspondiente matriz ortogonal de pasaje. En caso negativo pasar al siguiente punto.

b) Si una o las dos matrices analizadas en el punto anterior, no es diagonalizable ortogonalmente, decir si es o no diagonalizable. Para caso afirmativo, obtener la matriz diagonal y su matriz de pasaje correspondiente.