U.T.N. F.R.H. - **Examen final de Álgebra y Geometría Analítica** – 13-Feb-14

Alumno: .... **Especialidad:** ....

Profesor con quien cursó la asignatura:...................... **Año y mes de firma TP:** ....

Ejercicio / Corrector	1: a b c dI dII	2: a b c	3: a b c	Calificación

Calificación Final:..

Ejercicio 1:

Sea el plano $\pi: x-3y-z=0$, la recta $r: \begin{cases} x-2y=0 \\ y+k^2z=k-1 \end{cases}$ y la transformación lineal $f:\mathbf{R}^3 \to \mathbf{R}^3$ que a cada vector del espacio $\mathbf{R}^3$ le asigna su proyección ortogonal sobre el plano π.

a) Analizar para los distintos valores reales de k la distancia entre π y r. Justificar la respuesta.

b) Indicar para que valores reales de k, π y r resultan perpendiculares.

c) Hallar el valor real de k de forma que la recta r resulte invariante ante la transformación f.

d) Para el valor de k hallado en el ítem c), contestar las siguientes cuestiones:

I. Si B_1 es una base ortonormal del subespacio imagen de la transformación lineal f y B_2 es una base del núcleo de la transformación f, entonces ¿el conjunto $B=B_1 \cup B_2$ es una base ortonormal de $\mathbf{R}^3$? Justificar claramente la respuesta.

II. Sin necesidad de hallar la forma explícita de f, indicar los autovalores de f y definir un conjunto de vectores que cumpla con las condiciones de B_1 y un conjunto de vectores que cumpla con las de B_2.

Ejercicio 2:

Decidir si cada una de las afirmaciones siguientes es verdadera o falsa. Si es verdadera demostrarla si es falsa proponer un contraejemplo.

a) Si $A \in \mathbf{R}^{\mathbf{nxn}}$, tiene rango n y es idempotente ($A^2 = A$) entonces $A = I$.

b) Sea $\mathbf{V}$ un espacio vectorial de dimensión finita n mayor o igual que uno y $A=\{\vec{v}_1;\vec{v}_2;...\vec{v}_k\}$ un conjunto de k vectores de $\mathbf{V}$. Si A genera $\mathbf{V}$ entonces A es base de $\mathbf{V}$.

c) Sea $A \in \mathbf{R}^{\mathbf{5x5}}$ tal que $a_{ij} = \begin{cases} \lambda & \text{si } i=j \vee i+j=6 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$. El vector $\vec{u}=(-3,2,0,-2,3)$ pertenece al espacio nulo de A cualquiera sea $\lambda \in \mathbf{R}$.

Ejercicio 3:

Sea la transformación lineal $f:\mathbf{R}^4 \to \mathbf{R}^4 \;/\; f\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_1 \end{pmatrix}$.

a) Encontrar la matriz asociada A y demostrar que es inversible.

b) ¿Cuál es el efecto sobre $X \in \mathbf{R}^4$ de una transformación cuya matriz asociada sea A^2?

c) Demostrar que $A^3 = A^{-1}$.