U.T.N. F.R.H. – **Examen Final de Álgebra y Geometría Analítica- Diciembre 2012**.

Alumno:…………………………………………. Leg.N^{0}…………………………..
Especialidad:……………………. Profesor con quien cursó ……………………………

1				2	3		4		Corrector	Calificación
a	b	c	d		a	b	a	b		

Calificación Final: ………………………………

Ejercicio 1: Los puntos $O(0,0,0)$, $B(b_1,b_2,b_3)$, $C(c_1,c_2,c_3)$ son los vértices de un triángulo equilátero contenido en el plano xy ; $M(0,3,0)$ es el punto medio entre B y C; la primera coordenada de B es positiva. La transformación lineal f: $\mathbf{R}^3 \rightarrow \mathbf{R}^3$ se corresponde a una rotación con respecto al eje x de forma que $f\left(\overrightarrow{OM}\right) = \overrightarrow{OM'} = (0,0,3)$.

a) Hallar las coordenadas de los puntos B y C.

b) Dar una forma explícita de f y hallar su matriz asociada A.

c) ¿Es única la respuesta del ítem anterior? En caso negativo indicar todas las formas posibles para f y la matriz A. En caso afirmativo, justificar la respuesta.

d) Si $f\left(\overrightarrow{OB}\right) = \overrightarrow{OB'}$, hallar el área del triángulo cuyos vértices son B, O y B'.

Ejercicio 2: Sea $A \in \mathbf{R}^{3x1}$ y $B \in \mathbf{R}^{3x1}$; $B \neq O$. Se sabe que $\begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$ es solución del sistema $A \cdot X = B$ y que $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ es solución del sistema $A \cdot X = 2B$. Encontrar cuatro soluciones distintas del sistema $A \cdot X = 6B$.

Ejercicio 3: Sea el conjunto $S = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ b & b \end{pmatrix} \in \mathbf{R}^{2\times 2}, \forall a \in \mathbf{R} \wedge \forall b \in \mathbf{R} \right\}$.

a) Demostrar que S es un subespacio.

b) Hallar una base ortonormal para el subespacio complemento ortogonal de S, esto es $S^{\perp}$.

Ejercicio 4: Sean f y g dos transformaciones lineales de $\mathbf{V} \rightarrow \mathbf{V}$ donde $\mathbf{V}$ es un espacio vectorial de dimensión finita, y $h = g \circ f$.

a) Demostrar que si $\vec{v}$ es autovector de f con autovalor λ_1 y también es autovector de g con autovalor λ_2, entonces $\vec{v}$ es autovector de h . Indicar cuál es el autovalor asociado a $\vec{v}$ en h.

b) Analizar si la siguiente afirmación es verdadera o falsa. Justificar la respuesta.

Si $\mathbf{V} = \mathbf{R}^3$ con f correspondiente a la proyección sobre el eje z y $g(\vec{x}) = \bar{k} \times \bar{x}$ con $\vec{x} \in \mathbf{R}^3$, entonces la dimensión del núcleo de h es 3, esto es $\dim[Nu(h)] = 3$.