U.T.N. F.R.H. – **Examen final de Álgebra y Geometría Analítica** – 1 de Marzo de 2012

Alumno: .... **Especialidad:**..

Profesor con quien cursó:................................ **Mes y año de firma TP:** ....

Ejercicio	1	2	3	4	Calificación
Corrector	a b c d	a b	a b	a b	

Calificación Final:..

Ejercicio 1. Sean los puntos $O(0,0,0)$, $A(1,\sqrt{2},2)$ y $B(2,2\sqrt{2},0)$, los vértices del triángulo $\overset{\Delta}{OAB}$. Se pìde:

a) El vector proyección ortogonal del vector $\overrightarrow{OA}$ sobre el vector $\overrightarrow{OB}$. Representar.

b) La altura del vértice A con respecto al lado OB.

Recordatorio: se llama altura respecto de un lado de un triángulo a la longitud del segmento perpendicular a dicho lado que pasa por el vértice opuesto.

c) La ecuación de la recta que contiene al segmento altura del triángulo $\overset{\Delta}{OAB}$ hallado en el item b). Representar.

d) Hallar la expresión explícita y matricial de la transformación lineal que le hace corresponder al triángulo $\overset{\Delta}{OAB}$ su imagen especular con respecto al plano xz.

Ejercicio 2. Sea el siguiente conjunto de vectores que constituye una base ortonormal de $\mathbf{R}^3$,

$$B=\{\vec{u}=(u_1,u_2,u_3);\vec{v}=(v_1,v_2,v_3);\vec{w}=(w_1,w_2,w_3)\}$$

y el vector $\vec{t}=\vec{u}+\lambda\vec{v}$ con $\lambda\in\mathbf{R}$. Con ellos se definen las matrices C y E:

$$C=\begin{pmatrix} u_1 & u_2 & u_3 \\ v_1 & v_2 & v_3 \\ w_1 & w_2 & w_3 \end{pmatrix},\ E=\begin{pmatrix} u_1 & u_2 & u_3 \\ v_1 & v_2 & v_3 \\ t_1 & t_2 & t_3 \end{pmatrix}.$$

a) Calcular el determinante de C. ¿Qué tipo de matriz es C?

b) ¿Qué rango tiene la matriz E? Dar la dimensión del espacio nulo de E, Nul(E), e interpretar geométricamente.

Ejercicio 3. Sea $A=\begin{pmatrix} 1 & k & 2 \\ 0 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 6 \end{pmatrix}$ la matriz asociada según la base canónica a la transformación lineal f.

a) ¿Es posible encontrar un valor de k para que la matriz A tenga un autovalor de multiplicidad algebraica 2? En caso afirmativo, reemplazar k por el valor hallado y analizar si A es diagonalizable.

b) Analizar para los distintos valores de k la dimensión del núcleo y de la imagen de la transformación f.

Ejercicio 4. Analizar si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas. Justificar.

a) Sean A, B, $C\in\mathbf{R}^{\mathbf{nxn}}$, A es simétrica, B es ortogonal y $C=B\cdot(A\cdot B)^T$, entonces $C^2=A^2$.

b) $S=\{M\in\mathbf{R}^{\mathbf{2x2}}\ /\ a_{1,1}+a_{2,2}=2\}$ es un subespacio de $\mathbf{R}^{\mathbf{2x2}}$.