U.T.N. F.R.H. – Examen final de Álgebra y Geometría Analítica – Diciembre 2011– T1

Alumno: .... **Especialidad:**......................................

Profesor con quien cursó:................................ **Mes y año de firma TP:** ....

Ejercicio	1	2	3	4	Calificación
Corrector	a b c d	a b	a b c d	a b	

Calificación Final:..

1) Dado el sistema lineal $A.X = B$ del que se conocen los siguientes datos: que $A \in \mathbb{R}^{3x3}$, que $S_P = (0;2;3)^T$ es una solución particular del sistema, que $B = (2;-1;8)^T$ y que $\{(1;1;-2)^T\}$ es una base del espacio solución de $A.X = N$, se pide:
a) determinar el rango de A. b) Determinar la matriz A de los coeficientes ¿Es única la matriz A? c) Determinar si $(4;6;-4)^T$ es solución del sistema. d) Interprete geométricamente al sistema.

2) Dada $f: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2 \,/\, f\left[(x;y)^T\right] = (ax+by;bx+ay)^T$, $b \in \mathbb{R} \neq 0$:
a) Determine, si existen, condiciones en los parámetros *a* y *b* para que el núcleo de *f* coincida con R^2 . b) Determine, si existen, las condiciones en los parámetros *a* y *b* para que $(1;-1)^T$ pertenezca a la imagen de *f* .

3) Sea $f: \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3 \,/\, f\left[(x;y;z)^T\right] = (-3x+y-z;-7x+5y-z;-6x+6y-2z)^T$:
a) Comprobar que los autovalores de *f* son 4 y –2, y analizar si existe una matriz que diagonalice a la matriz de la transformación. En caso afirmativo, hallarla. b) Obtener una base ortonormal del subespacio *S*, que generan los autovectores de *f.* c) Dado el lugar geométrico de R^3 definido por la ecuación $L \equiv \frac{x-4}{2} = \frac{y-6}{3} = \frac{z-10}{5}$, analice si ***L*** es un subespacio de R^3 y en cualquiera caso, calcule $S \cap L$. d) Calcular los ángulos que forman los autovectores de ***f*** con los vectores canónicos.

4) a) Demuestre que si $\lambda \neq 0$ es autovalor de $f: V \to V$ entonces λ^{-1} es autovalor de f^{-1} . b) Demuestre que si $P(\lambda)$ es la ecuación característica *de* $A \in \mathbb{R}^{nxn}$ entonces $P(0) = \det(A)$.

<u>En todos los ejercicios, justificar apropiadamente todas las respuestas.</u>